

УДК 621.395.6

В.І. Найденко, Н.В. Полегенька,
О.С. Постульга

РОЗРАХУНОК СИЛОВИХ ЛІНІЙ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ ВЛАСНИХ ХВИЛЬ ВІДКРИТОЇ ГРЕБІНКИ

Вступ

Гребінчасті сповільнюючі системи відрізняються простотою, жорсткою конструкцією, мають високу теплорозсіювальну здатність, що дає можливість застосовувати їх в усьому НВЧ-діапазоні, а також у міліметровому та субміліметровому діапазонах. До недоліків гребінчастих структур належить сильна дисперсія, що обмежує робочу смугу частот [1].

Відкрита гребінка використовується в антенній техніці [2, 3]. Гребінчасті структури застосовуються в дифракційній електроніці як дифракційні ґратки генераторів дифракційного випромінювання [4, 5] та оротронів [6], в електронних приладах НВЧ [5] і прискорювальній техніці [7] – як сповільнююча система для реалізації тривалої взаємодії електромагнітного поля з потоком заряджених частинок.

Широке практичне застосування гребінчастих сповільнюючих систем неможливе без розвитку теорії гребінки. У літературі висвітлюються питання теорії гребінки, але графічні ілюстрації структури поля власних хвиль відкритої гребінки відсутні. Часто структура поля гребінчастих структур зустрічається у вигляді схематичних малюнків електричних силових ліній закритої гребінки, діафрагмованого круглого хвилеводу або магнетронних блоків. Епюри силових ліній електричного поля власних хвиль відкритої гребінки не публікувалися.

Р.А. Силін [8] наводить схематичні епюри силових ліній електричного поля в закритій гребінці для трьох зсувів фаз (0, $\pi/2$, π). На прикладі цих епюр автор пояснює вибір розміщення магнітних та електричних стінок у теорії симетрії сповільнюючих систем.

Розрахунки структури поля відкритої гребінки, крім пізнавального значення, можуть мати практичне застосування для ідентифікації власних вищих типів хвиль гребінки.

Постановка задачі

Метою даної статті є побудова епюр силових ліній електричного поля власних хвиль гребінки, що має розширити можливості при розрахунках та аналізі сповільнюючих систем. Оскільки питання теорії гребінки викликані практичними застосуваннями, то доцільно розширити змістовий склад графічного матеріалу з даного питання.

Поля в областях 1 і 2

Позначимо осі координат і введемо параметри: a – висота гребня; l – ширина резонатора; L – період гребінки. Розглянемо власні хвилі, що мають лише x компоненту магнітного поля, яка не дорівнює нулю. Розділимо площину $y = 0$ простір над гребінкою на області 1 і 2, відповідно: $y > 0$, $a < y < 0$.

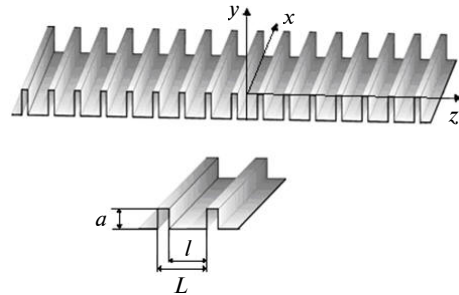


Рис. 1. Відкрита гребінка

Запишемо розв'язок хвильового рівняння для напруженості магнітного поля в області 1 згідно з [9]:

$$H_x^{(1)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{-\gamma_n y} f_n, \quad (1)$$

де $\gamma_n = \sqrt{\beta_n^2 - k_0^2 \epsilon_1 \mu_1}$; $\beta_n = \beta_0 + \frac{2\pi n}{L}$ – фазова стала n -ї просторової гармоніки; ϵ_1 , μ_1 – відносні електрична і магнітна проникності в області 1.

В області 2 розв'язок хвильового рівняння матиме вигляд

$$H_x^{(2)} = \sum_{m=0}^{\infty} B_m \cos[k_m (y + a)] \cos\left(\frac{m\pi}{l} \left(z - \frac{l}{2}\right)\right), \quad (2)$$

де $k_m = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_2 \mu_2 - \left(\frac{m\pi}{l}\right)^2}$ – хвильове число m -го коливання в резонаторі; ε_2 , μ_2 – відносні електрична і магнітна проникності в області 2.

Вираз (2) є правильним для нульового (центрального) резонатора. Поле в n -му відносно центрального резонаторі необхідно помножити на $\exp(-in\varphi)$.

З першого рівняння Максвелла отримуємо

$$\dot{E}_z = -\frac{1}{i\omega\varepsilon_0\varepsilon} \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial y}, \quad \dot{E}_y = \frac{1}{i\omega\varepsilon_0\varepsilon} \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial z}.$$

Невідомі коефіцієнти A_n (амплітуди просторових гармонік) і B_m (амплітуди коливань у резонаторах гребінки), а також зв'язок між величинами β_0 і k_0 , які є незалежними у виразах (1) і (2), знаходять із граничних умов у площині $y = 0$.

Методом моментів автор у [9] отримує однорідну СЛАР для невідомих амплітуд B_m :

$$C_m \delta_m - \sigma \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sum_{p=0}^{\infty} C_p k_p a \operatorname{tg}(k_p a) S_{pm} = 0, \quad m = 0, 1, \dots, \quad (3)$$

де $\delta_m = 1$ при $m = 0$ і $\delta_m = 1/2$ при $m \neq 0$;

$$C_m = B_m \cos(k_m a); \quad S_{pm} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(f_n, \varphi_m)(f_n^*, \varphi_p)}{\gamma_n a},$$

$$f_n = e^{-i\beta_n z}; \quad \varphi_m = \cos\left[\frac{\pi m}{l}\left(z - \frac{l}{2}\right)\right], \quad \sigma = \frac{l}{L}.$$

Формула для розрахунку амплітуд просторових гармонік A_n має вигляд

$$A_n = \frac{\sigma}{\gamma_n} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sum_{m=0}^{\infty} B_m k_m \sin(k_m a) (\varphi_m, f_n^*), \quad n = -\infty, \dots, \infty. \quad (4)$$

Однорідна СЛАР може мати нетривіальні розв'язки лише за умови, що її визначник дорівнює нулю. Ця умова є дисперсійним рівнянням для хвиль у гребінці, яке зв'язує β_0 і k_0 .

Регуляризація полів по обидва боки межі поділу

Розв'язання граничної задачі, наведене вище, задовольняє граничні умови в середньо-

му. Поля на межі поділу узгоджуються не точно. Існують невеликі коливання різниці полів по обидва боки межі поділу. Ці коливання при побудові силових ліній електричного поля приводять до їх розриву на межі поділу. Для послаблення цього явища здійснювалась регуляризація значень полів на межі поділу. Використовувалася регуляризація ряду Фур'є за числом членів [11]. З масиву значень B_m , знайденого з розв'язків СЛАР (3), і масиву значень A_n , розрахованого згідно з (4), залишали масиви менших розмірів із перших членів цих масивів. Число членів у масивах визначається з умови рівності похибки відкидання суми із зайвих членів і похибки визначення амплітуд B_m і A_n . В результаті виходить, що сумувати потрібно лише ті члени рядів (1), (2), коефіцієнти B_m , A_n яких перевищують рівень похибки їх визначення. Останні визначаються спостереженням за швидкістю їх зменшення із збільшенням номера при великих номерах. Ця швидкість визначається умовою на ребрах.

Функція $H_x(y, z)$ є гладкою. Але її перші похідні розривні на ребрі. Тим не менше, число членів у масивах є невеликим, а результати розрахунку силових ліній поблизу межі поділу стають значно гладкішими.

Диференціальне рівняння силових ліній електричного поля

Запишемо диференціальне рівняння силових ліній для вектора \mathbf{E} :

$$\frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z}. \quad (5)$$

Підставимо реальні частини виразів \dot{E}_y і \dot{E}_z в рівняння (5). Отримуємо після спрощень

$$\frac{dy}{\frac{\partial H_x}{\partial z}} = \frac{dz}{\frac{\partial H_x}{\partial y}}$$

або

$$\left(\frac{\partial H_x}{\partial y} dy + \frac{\partial H_x}{\partial z} dz \right) = 0.$$

Вираз у дужках є повним диференціалом H_x . Оскільки він дорівнює нулю, то рівняння силової лінії електричного поля має вигляд

$$H_x = \text{const}. \quad (6)$$

Отже, щоб побудувати силові лінії електричного поля, необхідно знайти точки y , z , в яких магнітне поле в областях 1 і 2 є константою. Геометрична простота гребінки дає можливість виконати такі розрахунки в наявних математичних програмних пакетах.

Силові лінії електричного поля власних хвиль частоті гребінки

Інтерес становлять поля із зсувом фаз $\varphi = \beta_0 L : \pi/5, \pi/4, \pi/3, \pi/2, \pi$.

Розрахунки виконані при обмеженні порядку СЛАР (3) до 11. Враховувалось 12 гармонік ($n = -6, \dots, 5$). Це відповідає рекомендаціям [10].

Дисперсійна характеристика (ДХ) гребінки з параметрами $\sigma = l/L = 0,84, \nu = l/a = 0,15$ наведена на рис. 2.

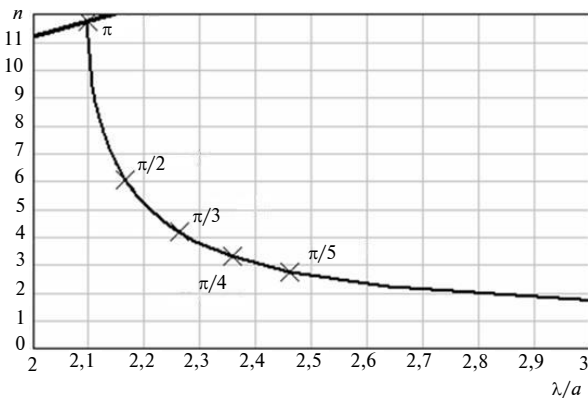


Рис. 2. ДХ частоті гребінки ($\sigma = 0,84, \nu = 0,15, \epsilon_1 = \epsilon_2 = \mu_1 = \mu_2 = 1$)

За допомогою функції Surface plot математичного програмного пакета MathCAD 14 будемо розподіл електричного поля. На рис. 3 показано силові лінії електричного поля частоті гребінки. Лінії праворуч і ліворуч – магнітні стінки. Для всіх випадків найбільша інтенсивність електричного поля – в центральному резонаторі.

Тангенціальне до межі поділу електричне поле неперервне на межі поділу, як і має бути.

При зсувах фази $\varphi \geq \pi/2$, яким відповідає велике сповільнення, майже все електричне поле зосереджено в резонаторі. Електричне поле витискується в область 1 на відстань, набагато меншу за a . При такому розподілі електричного поля для ефективної електронно-хвильової взаємодії потрібний тонкий електронний промінь, що приводить до малих струмів і малої потужності приладу.

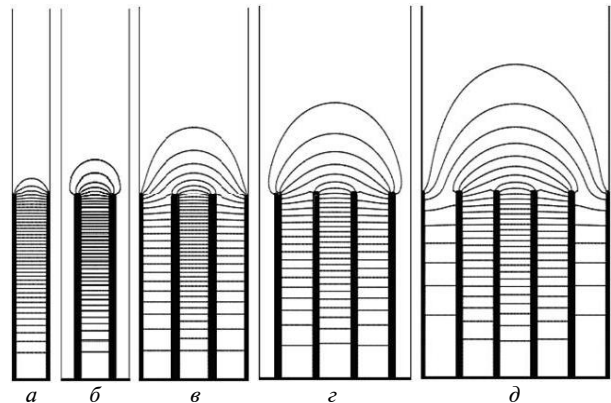


Рис. 3. Силові лінії електричного поля частоті гребінки: а – $\varphi = \pi$; б – $\varphi = \pi/2$; в – $\varphi = \pi/3$; г – $\varphi = \pi/4$; д – $\varphi = \pi/5$

При порівнянні силових ліній на рис. 3, а–д видно, що із зменшенням коефіцієнта сповільнення (див. рис. 2) витискування електричного поля з резонатора збільшується. У крайніх резонаторах при малих φ (при зменшенні сповільнення) стає помітною поперечна складова (рис. 3, д), в області 1 з'являються силові лінії електричного поля на відстані від гребенів, більшій ніж a . Поле в крайніх піврезонаторах при $\varphi = \pi/2$ і $\varphi = \pi/4$ практично відсутнє. Для розглянутої вище гребінки найбільш сприятливий розподіл електричного поля для електронно-хвильової взаємодії буде при зсуві фази, близької до $\varphi = \pi/5$ (за умови рівності інших параметрів).

Силові лінії електричного поля власних хвиль розрідженої гребінки

ДХ основної хвилі гребінки з $\sigma = 0,849, \nu = 0,849$ наведені на рис. 4.

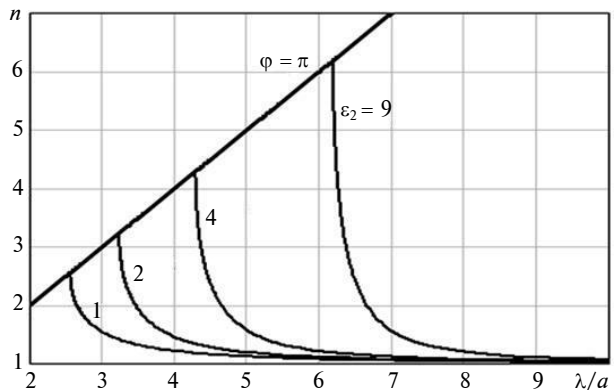


Рис. 4. ДХ розрідженої гребінки ($\sigma = 0,849, \nu = 0,849$)

Силові лінії електричного поля основної хвилі цієї гребінки ($\varepsilon_2 = 1$) наведені на рис. 5. Характерною ознакою рис. 5 є істотне збільшення поперечної компоненти електричного поля, яка більша на краях півперіоду хвилі (рис. 5, б–д). Електричне поле має поперечну складову навіть у центральному резонаторі поблизу межі поділу ($y = 0$) при всіх зсувах фази. Поздовжнє електричне поле зосереджується в центральному резонаторі та в області над ним (рис. 5, а–д). Інтенсивність витискування поля збільшується при зменшенні зсуву фази. На ребрах, відповідно до умов на ребрі, спостерігається скупчення силових ліній електричного поля. При малих зсувах фази поле в крайніх резонаторах набуває поперечного характеру (рис. 5, г, д). Такий же характер має поле над резонатором. При подальшому зменшенні зсуву фази ця тенденція підсилюватиметься, при критичному φ всі силові лінії стануть поперечними і продовжаться на нескінченність.

Дещо несподівану структуру має електричне поле поблизу дна резонатора. Воно не обмежується лише поздовжньою складовою, крім центрального резонатора.

З даних епюр можна зробити висновок, що найбільш сприятливі умови для електронно-хвильової взаємодії (за умови рівності інших параметрів) можуть бути досягнені при $\varphi \geq \pi/2$, оскільки в області 1 при $\varphi \geq \pi/2$ переважає поздовжня компонента електричного поля.

Спостерігається деяка неузгодженість силових ліній електричного поля на межі областей 1 і 2. Ця неузгодженість зумовлена скін-

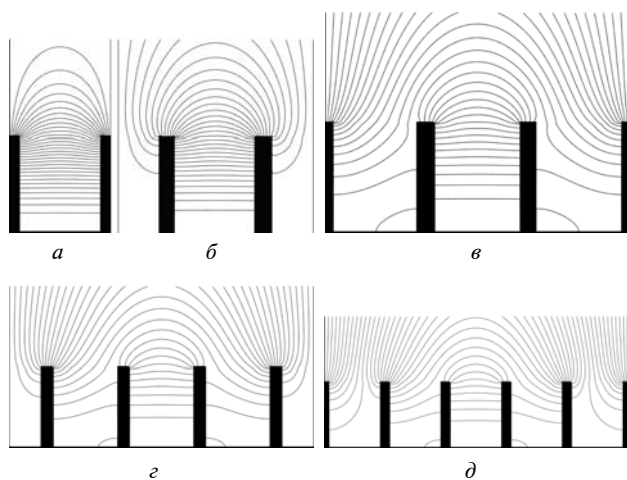


Рис. 5. Силові лінії електричного поля гребінки з розрідженими гребнями: а – $\varphi = \pi$; б – $\varphi = \pi/2$; в – $\varphi = \pi/3$; г – $\varphi = \pi/4$; д – $\varphi = \pi/5$

ченним порядком СЛАР і обмеженим числом врахованих просторових гармонік.

Силові лінії електричного поля власних хвиль розрідженої гребінки з гребнями, заповненими діелектриком

Такі гребінки часто використовують в антенній техніці. Розглянемо гребінку, область резонаторів якої заповнена діелектриком. Нехай діелектрична проникність діелектрика ε_2 дорівнює 2, 4, 9; параметри – $\sigma = 0,84$, $\nu = 0,84$. На рис. 4 показані ДХ для вказаних діелектричних проникностей. Із збільшенням ε_2 ДХ зміщується вправо, збільшується коефіцієнт сповільнення при даному зсуві фази та крутизна ДХ в області великого сповільнення. Розглянемо поле при $\varphi = \pi/2$ і $\varphi = \pi/5$.

Поздовжня компонента поля зосереджена в центральному резонаторі (рис. 6, а–в). У бічних піврезонаторах поле майже відсутнє (рис. 6, а, б). Із збільшенням значення діелектричної проникності коефіцієнт сповільнення росте і витискування електричного поля з резонатора відбувається менш інтенсивно, тобто зменшується густина силових ліній поля в області 1 і збільшується в області 2. Із збільшенням ε_2 поле стає подібним до поля, показано-

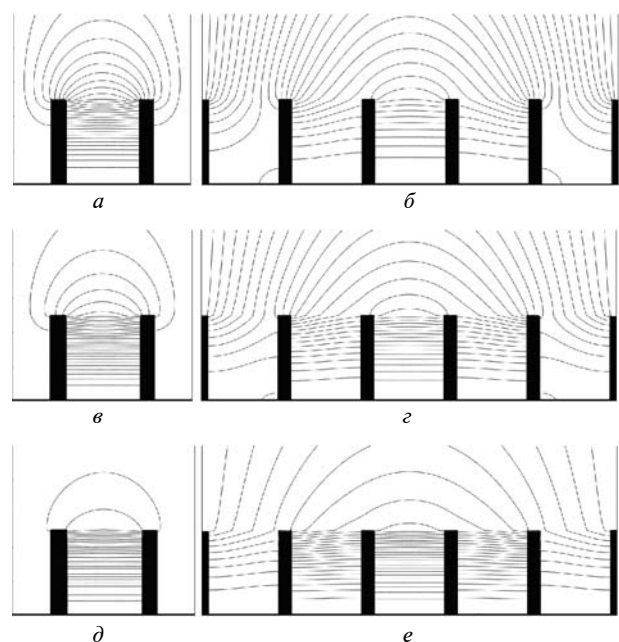


Рис. 6. Силові лінії електричного поля гребінки, заповненої діелектриком при $\varphi = \pi/2$: а – $\varepsilon_2 = 2$; в – $\varepsilon_2 = 4$; д – $\varepsilon_2 = 9$; при $\varphi = \pi/5$: б – $\varepsilon_2 = 2$; г – $\varepsilon_2 = 4$; е – $\varepsilon_2 = 9$

го на рис. 3, б. Видно розриви нормальної компоненти електричного поля внаслідок розривності діелектричної проникності.

Висновки

Отримані картини поля дають чітке уявлення про структуру електричного поля у відкритій гребінці.

Інтенсивне витискування поля відбувається при зменшенні коефіцієнта сповільнення внаслідок зменшення фази і збільшення співвідношення l/a . При малому сповільненні поле в деяких резонаторах гребінки набуває по-

перечного характеру. Ця особливість не була відзначена в літературі.

Точність розрахунку електричного і магнітного полів у гребінці обмежується порядком СЛАР та числом врахованих просторових гармонік, і тому на межі поділу резонатора та простору взаємодії поле узгоджується не точно. Для збільшення узгодженості необхідно точніше розраховувати поля на межі областей.

У цілому електричне поле має дещо несподівану структуру, зокрема, поблизу дна резонаторів і в бокових резонаторах. Вона не є такою простою, як це зображується у відомих схематичних картинках.

В.И. Найденко, Н.В. Полегенька, А.С. Постульга
РАСЧЕТ СИЛОВЫХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ СОБСТВЕННЫХ ВОЛН ОТКРЫТОЙ ГРЕБЕНКИ

На основе численного решения граничной задачи были рассчитаны и построены силовые линии электрического поля собственных волн открытой гребенки. Распределение электрического поля в гребенке не является таким простым, как изображается обычно.

V.I. Naidenko, N.V. Polegenka, O.S. Postulga
CALCULATION OF ELECTRIC FIELD LINES OF EIGENWAVES OF THE OPEN COMB

Based on the numerical solution of the boundary problem, we design and build the electric field lines of eigenwaves of the open comb. Furthermore, our study suggests that the electric field distribution in the open comb is not as simple as usually portrayed.

1. Григорьев А.Д. Электродинамика и техника СВЧ: Учеб. для вузов по спец. "Электронные приборы и устройства". – М.: Высш. шк., 1990. – 336 с.
2. Карпенко А.А., Лепих Я.И. Компенсация фазовой ошибки в излучателях СВЧ-волн с помощью импедансной структуры // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. – 2007. – № 2. – С. 38–41.
3. Карпенко А.А., Лепих Я.И. Ступенчатый рупорный излучатель с плоской импедансной гребенкой // Радиоэлектроника и информатика. – 2005. – № 4. – С. 17–19.
4. Демченко М.Ю., Мирошниченко В.С., Свищев Ю.В., Сенкевич Е.Б. Электродинамическая система для генераторов дифракционного излучения с резонансным согласованием дифракционной решетки // Радиофизика и электроника. – 2007. – 12, № 2. – С. 383–388.
5. Шматько О.О. Електронні прилади надвисоких частот. Основи теорії та радіофізичний лабораторний практикум: Навч. посіб. – Харків: Харк. нац. ун-т, 2006. – 328 с.
6. Русин Ф.С., Богомолов Г.Д. Оротрон как генератор миллиметрового диапазона // Электроника больших мощностей. – М.: Наука, 1968. – Вып. 5. – С. 38–44.
7. Линейные ускорители ионов. Т. 1, 2 / Под ред. Б.П. Мурина. – М.: Атомиздат, 1978. – 320 с.
8. Силин Р.А. Периодические волноводы. ФАЗИС. – М., 2002. – 438 с.
9. Найденко В.И. Характеристики собственных волн открытой гребенки // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2000. – 53, № 2. – С. 17–28.
10. Найденко В.І., Постульга О.С. Точність розрахунку дисперсії відкритої гребінки з нескінченно тонкими гребенями // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2010. – № 2. – С. 10–15.
11. Калиткин Н.Н. Чисельные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с.