

УДК 621.391.1

Л.О. Уривський, А.В. Мошинська,  
К.А. Прокопенко**МОДИФІКОВАНА МЕТОДИКА ОЦІНКИ  
ЕФЕКТИВНОСТІ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧІ ІН-  
ФОРМАЦІЇ****Вступ**

Сучасні системи передачі інформації (СПІ) є складними технологічними комплексами, для функціонування яких потрібні значні просторові, частотні та енергетичні ресурси. У свою чергу, ефективність використання ресурсів безпосередньо пов'язана з властивостями сигналів – переносників інформації. Властивості сигналів визначають достовірність, а отже, й надійність передачі інформації в межах фізичних ресурсів, наданих СПІ. Тому оцінка на фізичному рівні ефективності СПІ і систем зв'язку як транспортної складової СПІ в рамках запропонованого матеріалу є частиною загальносистемних досліджень інформаційно-телекомунікаційних систем.

Методика оцінки ефективності систем передачі інформації, запропонована А.Г. Зюко [1] і доповнена його послідовниками [2], багато років використовувалась при аналізі діючих та перспективних телекомунікаційних систем. Існують пропозиції щодо створення альтернативних систем показників [3, 4]. Але в базовій методиці А.Г. Зюко залишився не вичерпаним її конструктивний потенціал.

**Постановка задачі**

Метою статті є вдосконалення і розвиток відомої методики оцінки ефективності систем передачі інформації на основі показників А.Г. Зюко. Запропоновано нову шкалу інформаційної ефективності, а також обґрунтовано комплексне відображення показників частотної, енергетичної та інформаційної ефективності для дискретних і неперервних систем передачі в області, обмеженій границею Шеннона. Показники ефективності оцінюються при зміні вимог до достовірності прийому сигналів різних видів модуляції.

**Характеристика відомої методики оцінки  
ефективності систем передачі інформації і  
формулювання завдань щодо її модифікації**

Системи зв'язку різної ефективності використовують загальний ресурс, який їм надаєть-

ся для передачі сигналів, залежно від вибраного виду модуляції – способу перетворення первинного сигналу в лінійний сигнал.

Якщо припустити, що кінцевий пристрій системи передачі формує первинні сигнали від джерела повідомлень у смузі частот  $F_m$ , то системи з різними видами модуляції трансформують цей сигнал у модульований, який у лінії зв'язку займає смугу  $F = kF_m$ . Тому надалі  $k = F/F_m$  – коефіцієнт розширення смуги частот, тобто відношення смуг частот на виході і вході модулятора (відповідно, на вході та виході демодулятора) при заданому виді модуляції. При потужності сигналу  $P_c$  в точці прийому і незмінному значенні  $Q = P_c/P_{ш}$  – відношенні потужності сигналу до потужності шуму на вході демодулятора – на виході демодулятора аналогічне відношення  $q = p_c/p_{ш}$  залежить від виду модуляції через параметр  $g = q/Q$  – виграш модуляції.

За аксіоматикою К. Шеннона, інформаційні властивості каналу зв'язку вимірюються його пропускною здатністю  $C$ , яка не може перевищувати значення

$$C = F \log(1 + Q) = F_m k \log(1 + Q). \quad (1)$$

При цьому швидкість передачі інформації від джерела повідомлень до отримувача повідомлень (інакше – продуктивність каналу зв'язку)  $R$  обчислюється за співвідношенням

$$R = F_m \log(1 + q) = F_m (1 + gQ). \quad (2)$$

Отже, основними параметрами ресурсу системи, який вона може використовувати для передачі символів повідомлень, є смуга частот  $F$ , а також потужність сигналу  $P_c$  в точці прийому, у тому числі відношення  $\alpha = P_c/N_0$ , де  $N_0$  – спектральна щільність шуму.

Враховуючи вказані параметри, А.Г. Зюко запропонував [1] показники, які використовуються для порівняння СПІ на фізичному рівні, у вигляді питомих коефіцієнтів енергетичної  $\beta$  та частотної  $\gamma$  ефективності:

$$\beta = \frac{R}{\alpha} = \frac{F_m \log(1 + gQ)}{Q F_m k} = \frac{\log(1 + gQ)}{Qk} = \frac{\gamma}{Q}, \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{R}{F} = \frac{F_m \log(1 + gQ)}{F_m k} = \frac{\log(1 + gQ)}{k}. \quad (4)$$

Отже, формула (3) відображує енергетичну ефективність системи з неперервним каналом зв'язку, а формула (4) – частотну ефективність системи.

Як узагальнений показник ефективності СПІ вводиться коефіцієнт використання пропускної здатності неперервного каналу (інформаційна ефективність):

$$\eta = \frac{R}{C} = \frac{F_m \log(1 + gQ)}{F_m k \log(1 + Q)}. \quad (5)$$

Між введеними коефіцієнтами існує взаємозв'язок у вигляді співвідношення

$$\eta = \frac{\gamma}{\log\left(\frac{\gamma}{\beta} + 1\right)}. \quad (6)$$

За умови  $\eta = 1$  в [1] запропоновано таку граничну залежність між  $\beta$  і  $\gamma$ :

$$\beta = \frac{\gamma}{2^\gamma - 1}. \quad (7)$$

Формула (7) є граничною і показує теоретично найкращий обмін між  $\beta$  і  $\gamma$ , тобто між енергетичними та частотними ресурсами у випадку досягнення найвищої інформаційної ефективності системи.

Методика А.Г. Зюко містить у собі послідовність побудови границі Шеннона та визначення координат точок енергетичної і частотної ефективності систем на площині  $\{\beta; \gamma\}$  з різними системами модуляції [1] з використанням формул (3)–(7).

Відображенням методики є номограма на площині  $\{\beta; \gamma\}$ , обмежена границею (7), на якій  $\gamma$ -ефективність може змінюватись від 0 до  $\infty$ ,  $\beta$ -ефективність обмежена зверху значенням  $\beta_{\max} = 1/\ln 2$  при  $F \rightarrow \infty$ .

Характеристики різних СПІ відображуються у вигляді точок з координатами  $\beta, \gamma$ . Отримана номограма дає можливість провести вибір системи передачі інформації за однією з двох стратегій: за ознакою найбільшого  $\beta$  при фіксованій вірогідності помилки прийому канального символу  $\Theta_n = \text{const}$  або найбільшого  $\gamma$  при  $\Theta_n = \text{const}$ , тобто дає змогу проводити порівняння систем між собою за принципом: “краща за енергетичною ефективністю” або “краща за частотною ефективністю” система порівняно з іншою системою [2, 3] при умові досягнення фіксованого значення достовірності  $\Theta_n$ .

Оскільки в реальних системах  $\eta < 1$ , то порівняння систем за узагальненим показником інформаційної ефективності  $\eta$  є дуже важливим, але існуюча методика не передбачає використання показника (5) в межах номограми. Тому першою із задач модифікації існуючої методики є введення шкали узагальненої ефективності  $\eta < 1$  для визначення її числових значень.

Наступним обмеженням відомої методики є порівняння систем при фіксованому значенні вірогідності помилки  $\Theta_n$  (стосовно дискретних систем передачі). При цьому наведені відображення не дають уявлення про умови зміни показників  $\eta, \beta, \gamma$  при інших значеннях показників достовірності. Тому другою задачею є подання діапазону зміни параметрів  $\eta, \beta, \gamma$  за умов зміни вірогідності помилки  $\Theta_n$  при оцінці інформаційної ефективності різних систем.

Третя задача полягає в гармонізації підходів до використання площини  $\{\beta; \gamma\}$  для оцінки інформаційних можливостей СПІ з неперервними і дискретними сигналами, оскільки базові співвідношення відомої методики (3)–(5) стосуються аксіоматики інформаційних властивостей лише неперервних сигналів.

### Побудова шкали узагальненої інформаційної ефективності

Для розв'язання першої з поставлених задач побудуємо еквіпотенціальні криві, які б відображали точки з однаковою інформаційною ефективністю неперервного каналу. Для цього скористаємося формулою (6), куди для інформаційної ефективності підставимо значення  $\eta = 0,5, 0,25, 0,125, 0,0625$  (рис. 1).

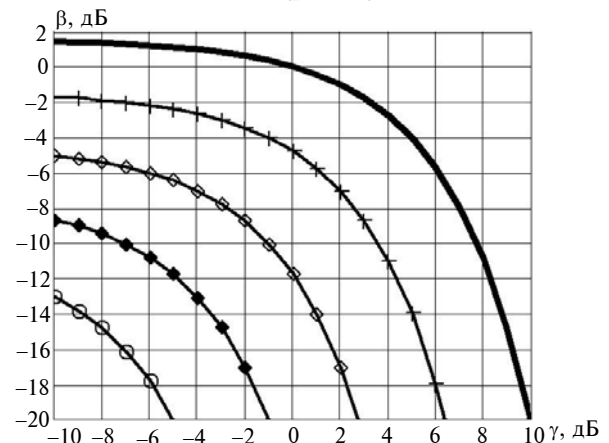


Рис. 1. Границя Шеннона і еквіпотенціальні криві, які відображають сталу інформаційну ефективність: — — крива для границі Шеннона  $\eta = 1$ ; + + —  $\eta = 0,5$ ;  $\diamond$  —  $\eta = 0,25$ ;  $\blacklozenge$  —  $\eta = 0,125$ ;  $\ominus$  —  $\eta = 0,0625$

Згідно із запропонованою шкалою інформаційна ефективність зростає з наближенням до границі Шеннона, де вона прямує до 1.

При цьому слід зазначити, що однакової інформаційної ефективності можна досягти як при низькій енергетичній ефективності  $\beta$  при зростанні показника  $\gamma$ , так і при низькій частотній ефективності  $\gamma$  при зростанні показника  $\beta$ . Отже, автономно розглядати параметр інформаційної ефективності  $\eta$  недоцільно – його слід розглядати з іншими показниками ефективності.

### Модифікація методики оцінки інформаційної ефективності неперервних сигналів

У неперервних каналах зв'язку швидкість передачі інформації  $R$  (інакше – продуктивність) визначається виразом (2), а пропускна здатність  $C$  – виразом (1). При цьому завжди  $R \leq C$ .

Додатково, для визначення показників (3)–(5) скористаємось відомими значеннями параметра  $g$ , а саме: при частотній модуляції (ЧМ)  $g = 3m_{\text{ЧМ}}^2 / \Pi^2$ ; при фазовій модуляції (ФМ)  $g = m_{\text{ФМ}}^2 / \Pi^2$ ; при односмуговій модуляції (ОМ)  $g = 2 / \Pi^2$ ; при амплітудній модуляції (АМ)  $g = K_e m_{\text{АМ}}^2 / (\Pi^2 + m_{\text{АМ}}^2)$ , де  $\Pi$  – пікфактор.

На рис. 2 зображено результати побудови

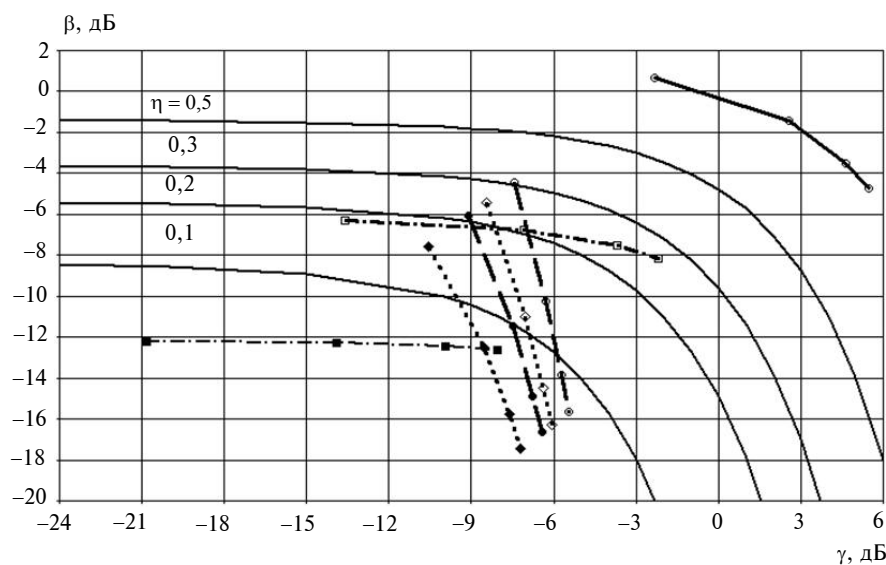


Рис. 2. Траєкторії енергетичної і частотної ефективності неперервних сигналів, криві узагальненої інформаційної ефективності:  $\circ-\circ-\circ-\circ$  – ЧМ при  $m=16$ ,  $\Pi = \sqrt{2}$ ;  $\diamond-\diamond-\diamond-\diamond$  – ФМ при  $m=16$ ,  $\Pi = \sqrt{2}$ ;  $\square-\square-\square-\square$  – АМ при  $m=1$ ,  $\Pi = \sqrt{2}$ ;  $\ominus-\ominus-\ominus-\ominus$  – ОМ при  $\Pi = \sqrt{2}$ ;  $\bullet-\bullet-\bullet-\bullet$  – ЧМ при  $m=16$ ,  $\Pi = 3,3$ ;  $\blacklozenge-\blacklozenge-\blacklozenge-\blacklozenge$  – ФМ при  $m=16$ ,  $\Pi = 3,3$ ;  $\blacksquare-\blacksquare-\blacksquare-\blacksquare$  – АМ при  $m=1$ ,  $\Pi = 3,3$

траєкторій ефективності для неперервної ЧМ з індексом кутової модуляції  $m_{\text{ЧМ}} = 16$  й коефіцієнтом  $k$ , який визначається за формулою

$$k = 2(1 + m_{\text{ЧМ}} + \sqrt{m_{\text{ЧМ}}}),$$

а також для оцінки інформаційної ефективності систем із неперервними видами модуляції АМ, ФМ і ОМ.

Традиційно [1, 2] одному виду модуляції на площині  $\{\beta; \gamma\}$  відповідає одна точка при фіксованому відношенні сигнал/шум  $Q$ . На рис. 2 кожному виду модуляції відповідає траєкторія, створена з точок для значень  $Q = 0,5$  (верхня ліва точка), 2,5, 6,5, 10,5 (нижня права точка). Таким чином можна виявити тенденцію зміни показників узагальненої ефективності для сигналів із зміною умов їх передачі в каналі зв'язку.

Принципово новим є підхід до визначення показника  $g_{\text{АМ}}$  вирашу модуляції для випадку АМ. Відомі вирази для  $g$  справедливі при однакої потужності сигналів  $P_c$  різних видів модуляції в точці прийому [1, 3].

До відомого виразу для  $g_{\text{АМ}}$  додано множник  $K_e \leq 1$ , який дає змогу врахувати той факт, що при випромінюванні сигналу передавальним пристроєм потужність сигналу істотно залежить від кількості випромінюваних коливань. Сигнал АМ складається з трьох коливань (несучої і двох бокових смуг), тому відносно сигналів ЧМ, ФМ, ОМ ( $K_e = 1$ ) його середня потужність зменшується в  $\Pi^2 \frac{(1 + m_{\text{АМ}})^2}{(\Pi^2 + m_{\text{АМ}}^2)}$  раз. У випадку  $\Pi = 3,3$  (мова) для АМ  $K_e = 0,275$  ( $m_{\text{АМ}} = 1$ ). Подібний підхід важливий при оцінці систем, які використовують спектрально-складні сигнали, наприклад, у технологіях ортогонального частотного мультиплексування – OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing), оскільки дають змогу уникати завищених показників ефективності.

Із номограми на рис. 2 можна бачити, що з границею Шеннона теоретично збігаються показники ефек-

тивності системи з ОМ при  $\Pi = 1,41$ . Найнижчі показники ефективності ( $\eta < 0,1$ ) мають місце при АМ. При цьому енергетична ефективність є майже незмінною, а узагальнена ефективність має дуже обмежену динаміку. Навпаки, частотна ефективність зростає із зростанням значення  $Q$ . Сигнали з кутовою модуляцією мають істотну динаміку енергетичної і узагальненої ефективності ( $\eta = 0,3, \dots, 0,1$ ) в бік погіршення із зростанням значення  $Q$ . При однакових відношеннях потужностей сигнал/шум  $Q$  частотна модуляція має переваги (до 30 %) перед фазовою за показниками узагальненої ефективності  $\eta$ .

Відобразити одночасну динаміку трьох видів показників ефективності нам вдалося вперше.

### Модифікація методики оцінки інформаційної ефективності дискретних сигналів

Щоб скористатися запропонованою вище шкалою узагальненої інформаційної ефективності  $\eta$ , треба показати коректність використання всіх показників у межах загальної номограми як для неперервних, так і для дискретних сигналів.

З позицій аксіоматики Шеннона природа перенесення інформації неперервними й дискретними сигналами істотно різниться, оскільки відлік неперервного сигналу на виході джерела повідомлень несе нескінченну кількість інформації, а відлік дискретного сигналу з позиційністю  $M$  містить у собі  $\log M$  біт.

Стосовно неперервного сигналу кількість переданої в СПІ інформації із врахуванням дії шуму відображають співвідношення (1), (2).

При передачі дискретних сигналів з позиційністю  $M$  із швидкістю  $V$  символів/с при вірогідності помилки прийому символу в каналі  $\Theta_n$  максимальна швидкість передачі інформації – пропускна здатність  $C_d$  – визначається виразом

$$C_d = V \left[ \log M + \Theta_n \log \frac{\Theta_n}{M-1} + (1 - \Theta_n) \log(1 - \Theta_n) \right]. \quad (8)$$

Слід зазначити, що, за теоремою Шеннона, швидкість  $C_d$  одночасно є обмеженням для продуктивності джерела повідомлень дискретних  $R_d$  і, як наслідок, – для продуктивності системи  $R$ . Отже,  $R \leq C_d < C$ , де  $C$  визначається за виразом (1).

Тому цілком логічно виглядає співвідношення для узагальненої інформаційної ефективності [1]:

$$\eta_d = \frac{C_d}{C} = \frac{R}{C} = \frac{\frac{1}{2}(\log M + \Theta_n \log \frac{1}{M-1} + (1 - \Theta_n) \log(1 - \Theta_n))}{\log(1 + h^2)}, \quad (9)$$

де  $h^2 = Q = P_c / P_{ш} = \alpha/V$ ;  $C = 2V \log(1 + h^2)$ , виходячи з припущення про те, що в (1)  $F = 2V$ .

На перший погляд вираз (9) не схожий на відповідний вираз (5). Але звернення до фізичного змісту чисельників цих виразів як значення взаємної ентропії відліку  $H_1$  відповідно неперервного й дискретного сигналів дає можливість відобразити їх в універсальному вигляді:

$$\eta = \frac{R}{C} = \frac{H_1}{\log(1 + Q)}, \quad (10)$$

де для джерела неперервних повідомлень маємо

$$H_{1н} = \frac{1}{2k} (1 + gQ) \quad (11)$$

із врахуванням різниці в  $k$  разів у смугах первинного і лінійного сигналів, а для джерела дискретних повідомлень ( $k = 2$ ) одержуємо

$$H_{1д} = \frac{1}{2} (\log M + \Theta_n \log \frac{1}{M-1} + (1 - \Theta_n) \log(1 - \Theta_n)). \quad (12)$$

Саме єдність фізичної сутності показника  $\eta$  у вигляді (10) дає підстави вважати припустимим використання уніфікованої шкали  $\eta \{0, 1\}$  для всіх видів сигналів.

Відповідно, для дискретних сигналів коефіцієнт енергетичної ефективності визначається виразом

$$\beta_d = \frac{C_d}{\alpha} = \frac{R}{\alpha} = \frac{\log M + \Theta_n \log \frac{1}{M-1} + (1 - \Theta_n) \log(1 - \Theta_n)}{h^2} = \frac{\gamma}{Q}, \quad (13)$$

який свідчить про змістовну єдність показника  $\beta$  у виразах (3) і (13).

Коефіцієнт частотної ефективності визначається виразом

$$\gamma_d = \frac{R_d}{F} = H_{1д}. \quad (14)$$

Враховуючи (11), можна побачити універсальність виразів (4) і (14).

Перейдемо до задачі визначення параметрів ефективності для дискретних сигналів і оцінки впливу значення вірогідності помилки на інформаційні характеристики.

Розглянемо кроки модифікації відомої методики оцінки ефективності СПІ для дискретних сигналів на прикладі сигналів фазової маніпуляції, тобто phase-shift keying (PSK).

Відомо [3, 5], що завадостійкість сигналів PSK істотно залежить від зміни позиційності  $M$ , тобто кількості біт в одному відліку модульованого сигналу (рис. 3).

Значним досягненням модифікованої методики є те, що показники ефективності порівнюються не відносно вірогідності помилки у визначенні багатобітового відліку дискретного сигналу  $\Theta_n$  (як в [1, 2]), а для вірогідності помилки окремого біта  $\theta_n \leq \Theta_n$  для отримувача дискретного повідомлення, тобто показники ефективності поставлені у відповідність не до вимог до пристрою демодуляції, а у відповідність до вимог користувача щодо достовірності отриманих повідомлень.

Виходячи з виду PSK, кожному значенню  $\theta_n$  можна поставити у від-

повідність значення  $h^2$  і тому скористатися виразами (9), (13), (14) для визначення показників  $\eta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  для відповідних PSK- $M$  ( $M = 2, 4, 8, 16$ ).

Розраховані значення параметрів ефективності багатопозиційних сигналів фазової маніпуляції для діапазону вірогідностей помилки окремого біта для отримувача  $\theta_n = 10^{-3} - 10^{-7}$  нанесені на площину  $\{\eta; \beta; \gamma\}$  (рис. 4).

Із рисунка видно, що на відміну від послідовно-ієрархічної поведінки показників достовірності (див.

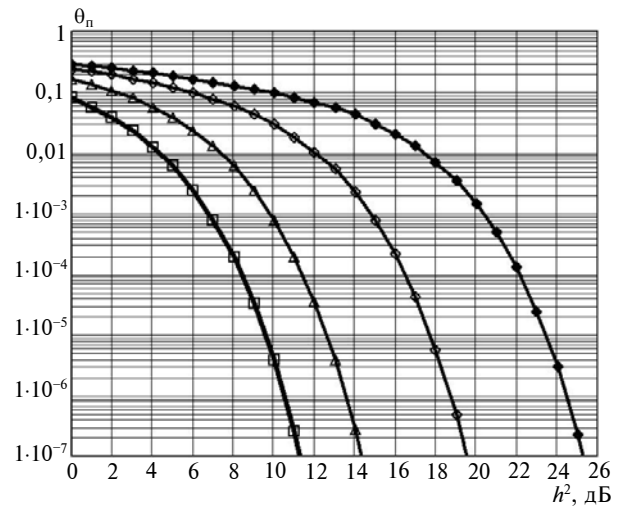


Рис. 3. Криві завадостійкості сигналів PSK:  $\square$  – PSK (ФМ-2);  $\triangle$  – QPSK (ФМ-4);  $\diamond$  – PSK-8 (ФМ-8);  $\circ$  – PSK16 (ФМ-16)

рис. 3) показники  $\eta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  мають значно складнішу динаміку (див. рис. 4). На підтвердження відомих закономірностей [1, 2] збільшення позиційності  $M$  сигналів PSK- $M$  істотно покращує частотну ефективність  $\gamma$  СПІ, в той же час погіршує енергетичну ефективність  $\beta$ . Одночасно істотний стрибок узагальненої ефективності  $\eta$  має місце лише при переході від бінарної PSK до PSK-4 (QPSK) – від  $\eta = 0,3$  до  $\eta = 0,5$ . Подальше збільшення  $M$  не викликає зростання  $\eta$ . Цей висновок стає очевидним лише завдяки введений шкалі  $\eta$ . Поряд з цим, новим є наглядне відо-

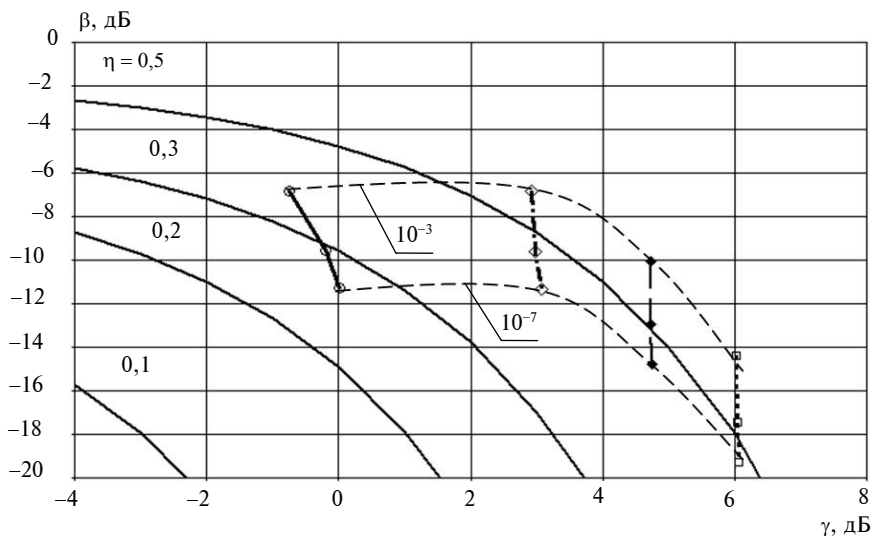


Рис. 4. Траєкторії енергетичної і частотної ефективності дискретних сигналів ФМ- $M$  та ЧМ-2, криві узагальненої інформаційної ефективності:  $\circ$  – ФМ-2;  $\diamond$  – ФМ-4;  $\square$  – ФМ-8;  $\triangle$  – ФМ-16

браження тенденції погіршення узагальнених показників інформаційної ефективності при покращенні достовірності сигналів PSK-M. Помітно, що при покращенні достовірності інформаційний показник  $\eta$  істотно зменшується на фоні значного погіршення енергетичної ефективності  $\beta$  та слабкої позитивної динаміки показника частотної ефективності  $\gamma$ .

### Висновки

Дана модифікована методика доповнює новими можливостями відому методику оцінки ефективності систем передачі інформації, запропоновану А.Г. Зюко [1], без зміни її фізичної сутності.

У статті вперше запропоновано систему відліку узагальненої ефективності з відповідним введенням шкали для показника  $\eta$ , що надає змогу визначити його числові значення в діапазоні  $0 < \eta \leq 1$ .

Доведено коректність відображення показників ефективності  $\eta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  на уніфікованій шкалі для дискретних і неперервних систем передачі в області, обмеженій границею Шеннона.

Реалізована доступність комплексної оцінки інформаційної ефективності різних систем на основі наочного відображення всіх трьох показників інформаційної ефективності: енергетичної  $\beta$ , частотної  $\gamma$  та узагальненої  $\eta$ , які роблять таку оцінку більш об'єктивною.

Розширено діапазон параметрів, які відображаються при зміні вимог до достовірності  $\Theta_n$  при оцінці інформаційної ефективності різних систем передачі інформації, а отже, уточнено послідовності оцінки ефективності СПІ з окремими видами модуляції (AM і PSK-M).

У статті наведено практично важливі приклади реалізації запропонованої методики, які мають прикладну цінність для дослідження систем передачі інформації на фізичному рівні.

Л.А. Урывский, А.В. Мошинская, Е.А. Прокопенко

#### МОДИФИЦИРОВАННАЯ МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Представлена модифицированная методика оценки эффективности систем передачи информации, дополняющая известную методику А.Г. Зюко. Предложена новая шкала информационной эффективности, а также корректное отображение показателей частотной, энергетической и информационной эффективности для дискретных и непрерывных систем передачи в области, ограниченной границей Шеннона. Показатели эффективности оцениваются при изменении требований к достоверности приема сигналов различных видов модуляции.

L.O. Uryvsky, A.V. Moshynska, K.A. Prokopenko

#### THE MODIFIED METHOD OF EFFICIENCY ESTIMATION FOR INFORMATION TRANSFER SYSTEMS

The paper proposes the modified method of efficiency estimation for information transfer systems complementing the A.G. Zyuko's well-known method. We introduce the new scale of information efficiency. In addition, we provide insights into the correct reflection of frequency, power and information efficiency indexes for the discrete and continuous transfer systems in an area, limited with the Shannon border. Moreover, we estimate the efficiency indexes at the requirements change to integrity of signal reception for different types of modulation.

1. Зюко А.Г. Эффективность систем передачи сообщений. – М.: Электросвязь. – 1977. – № 6. – С. 17–19.
2. Банкет В.Л. Эффективность систем передачи дискретных сообщений. – Одесса: ОЭИС, 1982. – 74 с.
3. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Сов. радио, 1970. – 728 с.
4. Урывский Л.А., Мошинская А.В. Синтез показателя информационных возможностей для систем передачи с непрерывной модуляцией и его анализ // Матер.

конф. УНИИС, май 2008 год, г. Киев, Украина. – К., 2008. – С. 50–60.

5. Урывский Л.А., Прокопенко Е.А. Зависимость пропускной способности дискретного канала связи от его энергетического потенциала при использовании многопозиционных сигналов // Наукові записки УНДІЗ: Наук.-виробн. зб. – К., 2009. – № 1(9). – С. 41–50.

Рекомендована Радою  
Інституту телекомунікаційних систем  
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції  
10 грудня 2010 року