

УДК 62-50

В.Д. Романенко, О.А. Реутов

ПРИЙНЯТТЯ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ ЩОДО СТАБІЛІЗАЦІЇ КУРСУ ЄВРО/ДОЛАР НА ОСНОВІ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ З РІЗНОТЕМПОВОЮ ДИСКРЕТИЗАЦІЄЮ

The present paper describes development of the model structure of the euro/dollar with 2 lags members of input, 11 input factors with sampling 5 days or month and 2 controls with sampling 5 days. We choose the factors to take into account the theoretical material on the subject and to achieve the highest possible quality at such high rate sampling. 5 days sampling characterized by significant speculative fluctuations require frequent adjustment of the coefficient. At the second stage we synthesize the optimality criterion in the form of generalized variance. By minimizing the optimality criterion we define the equation for optimal decision-making on both controls. Disadvantages of this approach are that the model may change over time requiring its constant adjustments and possible lack of harmonization between the FED and ECB. Results of numerical simulations show possibility of reducing the synthesized indicator in the form of generalized variance. The model development allows evaluating the influence of different variables and considering possible impact of changes in control on the input given the historical relationship between variables.

Вступ

Світова економіка останніх періодів існувала за рахунок ринкових відносин, на які було перекладено формування майже всіх економічних цін: курси, вартість товарів, компаній, залучень депозитів і кредитів у реальний сектор економіки. Курс євро/долар формується на основі тих самих ринкових відносин, але період після початку світової кризи у 2008 р. характеризується значною волатильністю у формуванні цін через ринкові відносини і ринок все частіше звертає увагу на можливості Центробанків світових країн виступати в ролі “кредиторів останньої надії” [1, 2].

Раніше ринок також звертав увагу на можливості кредитування у Центробанків, саме тому їх ставки була одним із найголовніших факторів у формуванні курсу валюти за рахунок ринкових відносин [3]. Але останнім часом гравці на ринку все більше сподіваються на рішення Центробанків, тобто на регулювання національних органів, а не на силу ринкових відносин. Тому прийняття рішень Центробанками в нинішніх умовах стає більш важливим, адже вони можуть підтримувати курс стабільнішим.

Також дуже важливою є частота прийняття рішень. За минулі три роки засідання Центробанку Європейського Союзу (ЄЦБ) та Федеральної резервної системи США (ФРС) проводились не дуже часто, в умовах шохвилинного, та навіть частішого, ціноутворення вартості курсової пари євро/долар. Засідання ЄЦБ проходять щомісяця, а ФРС, в свою чергу, лише раз у півтора місяці, хоча рішення ухвалюються не на кожному засіданні. Такий

графік призводить до розривів у розгляді інформації, яка надходить, та прийнятті рішень, тому що для гнучкішого керування частота рішень має бути значно більшою.

У статті [4] було розглянуто керування курсом гривня/долар в умовах фіксованого курсу. Таку політику на цей момент проводить НБУ. Але керування курсом в умовах плаваючого курсу потребує більших витрат та може бути важчим, якщо проводити політику непрозоро. Так, Центробанк Швейцарії у 2011 р. зробив фіксацію курсу, але така політика керування дуже груба та неоднозначна. Якщо її будуть проводити всі країни, то це, на думку фахівців, може закінчитися ще більшою нестабільністю. Тому таку політику треба проводити опосередковано, але прозоро.

Було розроблено багато моделей, які описують теоретично фактори, що впливають на курс [5–7], але практичних моделей з різномісною дискретизацією з горизонтом прогнозування п'ять днів та в умовах сучасних ринкових відносин не існує.

Актуальним завданням є застосування методів оптимального керування, створених для технічних систем, для управління фінансовими процесами на основі розроблення математичних моделей динаміки фінансового процесу в ринкових умовах.

Постановка задачі

У цій статті поставлено завдання стабілізації курсу євро/долар на основі критерію мінімізації узагальненої дисперсії, який уже використовувався в [4, 8, 9], в економічних реаліях України, де застосовуються фіксації курсу

гривня/долар, та є значний вплив держави на реальний сектор і значне обмеження ринкових відносин.

Для реалізації поставленої задачі необхідно розробити математичну модель динаміки курсу євро/долар у формі моделі ARMAX (AutoRegressive Moving Average model with eXogenous input) з різнометровою дискретизацією, в якій обов'язково мають бути координати керуючого діяння, які реально впливають на зміну курсу євро/долар.

Розроблення математичної моделі курсу євро/долар

Вхідні та вихідні змінні. Для розроблення моделі дуже важливим є визначення її схеми та збурень, які на неї впливають. На рис. 1 наведено схему моделі.



Рис. 1. Схема моделі курсу євро/долар

Вихідною координатою моделі є курс євро/долар через кожні п'ять днів. На відміну від праці [4], де розглядався курс гривні відносно долара, в цій статті не використовувався максимальний курс, оскільки дуже важливим було зберегти всі спекулятивні коливання, які були викликані ринковою інфраструктурою або спробою "переграти" ринок на короткострокових коливаннях. Курс брався за п'ять днів з двох причин: п'ять робочих днів – тиждень; більш низька дискретизація буде нести дуже багато спекулятивних коливань, які неможливо врахувати в моделі у вигляді фактора.

На рис. 2 показано динаміку курсу протягом 2011 р. Як можна побачити, динаміка курсу дуже значна. Максимальне значення було 1,48 долар за 1 євро, мінімальне – 1,27 долара за 1 євро, а середнє – 1,38 долара за євро. Стандартне відхилення ряду дорівнювало 0,0535.

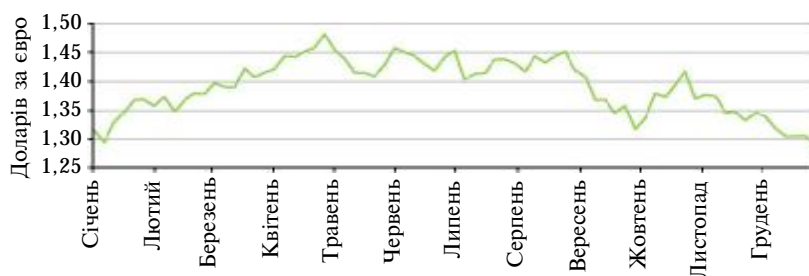


Рис. 2. Графік динаміки курсу євро/долар протягом 2011 р.

Збурень у моделі одинадцять, що призводить до її значної складності. На рис. 3 та 4 подано деякі зі збурень, які є більш значущими, але не важливішими, макроекономічними факторами.

На рис. 3, а наведено динаміку процентних ставок на п'ятирічні цінні папери США та ЄС (ξ_1 і ξ_2). Ці фактори вказують ціну, яку мають платити країни за використання грошей інвесторів при закритті дефіциту бюджету поточного року та сформованого за минулі роки. Чим вища ціна, тим менш стабільний розмір боргу, який країна може підтримувати. Також чим більша ціна, тим менш вигідне для країни стимулювання розвитку економіки за рахунок дефіциту бюджету. Ці фактори ведуть до більш дешевої вартості однієї валюти порівняно з іншою.

На рис. 3, б показано динаміку інфляції у США та ціни на сирю нафту в ЄС (ξ_3 і ξ_4). Ці фактори також вказують на співвідношення вартостей між валютами, але їх зв'язок не завжди однозначний. Інфляція у ЄС виявилась незначною для моделі. Одним із пояснень цього є те, що завдяки великій кількості країн у Союзі єдина оцінка інфляції не є визначальною для стану економіки в ЄС загалом.

Апроксиматорами ціни на сирю нафту для США виступають наступні фактори: індекс MICEX на нафту та газ, індекс Чиказької біржі на опціони на нафту, індекс Блумберга по ціні на газ та нафту (ξ_5 , ξ_6 і ξ_7). Тобто для економіки США важлива не вартість нафти, а її вплив на ринкові показники. Це є особливістю англо-санксонської моделі ринкових відносин: з огляду на значну розвинутість ринкової інфраструктури, важливішою є не вартість ресурсу, а вплив його вартості на вартість активів, якими торгують на ринку і які пов'язані з динамікою вартості ресурсу.

Останні чотири фактори у списку – це індекс вартості страховки проти дефолту компаній у ЄС та США і безробіття в ЄС та США (ξ_8 , ξ_9 ,

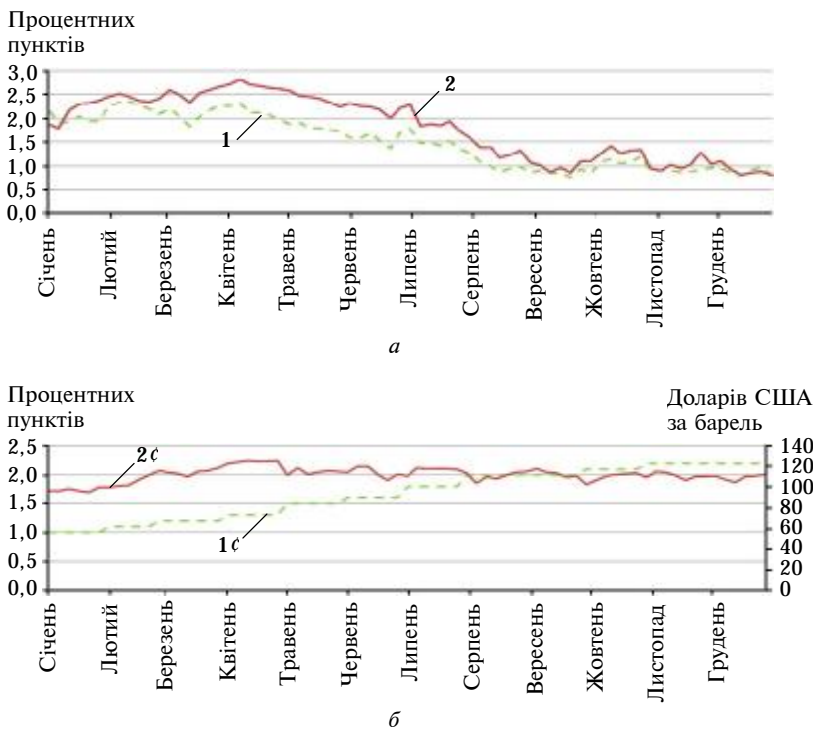


Рис. 3. Графіки динаміки процентних ставок на п'ятирічні цінні папери США (1) і ЄС (2) та інфляції у США (1с ліва вісь) і ціни на сиру нафту в ЄС (2с права вісь) протягом 2011 р.

ξ_{10} і ξ_{11}). Як і у випадку процентних ставок на п'ятирічні цінні папери в ЄС та США, крім значущості рівнів цих факторів, також важливою є дивергенція (розходження у рухах) та ковергенція (зходження у рухах) між цими парами факторів. Якщо безробіття буде зростати швидше в США, ніж в ЄС, то вартість євро відносно долара буде збільшуватися з огляду на більшу силу економіки (якщо розглядати цю змінну відособлено від впливу інших факторів).

В умовах визначення вартості між двома валютами ковергенція та дивергенція між різними факторами дуже важливі, на відміну від економіки країн з фіксацією курсу валюти певної країни відносно зовнішньої валюти. Фіксація валюти веде до необхідності балансування сальдо платіжного балансу та покращень саме в тій країні, яка фіксує курс, а не порівняно з іншими країнами. Фіксація курсу також може привести навіть до імпортування монетарної політики іншої країни, проте в ринкових умовах це неможливо.

На рис. 4 подано два керування моделі: процентні ставки ФРС США та ЄЦБ. Як

можна побачити на графіку, процентна ставка ФРС нижча за процентну ставку ЄЦБ та змінюється частіше. Ставка Центробанку встановлюється на кожному засіданні, в той час як протягом 2011 р. ФРС підтримувала ставку на рівні 0–0,25%, тобто процентна ставка могла вільно коливатись у межах цього коридору залежно від необхідності. Також з рис. 4 можна побачити, що ставка ФРС значно нижча від ставки ЄЦБ. Отже, ФРС проводить більш ослаблену монетарну політику, але оскільки ці рівні визначилися раніше, і, згідно з теорією ефективних ринків, вже враховані у вартості євро відносно долара [6], важливими є саме дивергенція та ковергенція між цими факторами.

У стабільніших умовах вважалося, що країна з більш ослабленою монетарною політикою схильна до більшої інфляції, і саме тому валюта цієї країни коштує менше відносно країн із жорсткішою монетарною політикою. Але в кризових умовах, коли економіка ще не стабільна, раннє згортання ослабленої монетарної політики може призвести до ослаблення потенційних можливостей економіки цієї країни в майбутньому.

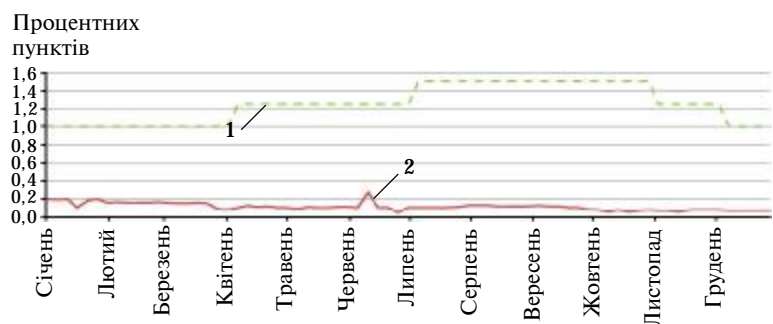


Рис. 4. Графік динаміки двох керувань: процентних ставок ЄЦБ (1) та ФРС США (2)

Результати оцінювання коефіцієнтів моделі курсу євро/долар. Модель євро/долар розроблена у формі моделі ARMAX із різнометровою дискретизацією:

$$Y(kT_0) = \alpha_1 Y[(k-1)T_0] + \alpha_2 Y[(k-4)T_0] + \beta_1^1 \varepsilon_1[(k-4)T_0] + \beta_1^2 \varepsilon_1[(k-1)T_0] +$$

$$\begin{aligned}
& + \beta_2^1 \varepsilon_2[(k-1)T_0] + \beta_2^2 \varepsilon_2[(k-4)T_0] + \beta_2^3 \varepsilon_2[(k-11)T_0] \\
& + \beta_3 \varepsilon_3 \left[\frac{k}{m_1} \right] + \beta_4^1 \varepsilon_4[(k-2)T_0] + \beta_4^2 \varepsilon_4[(k-4)T_0] + \\
& + \beta_5^1 \varepsilon_5[(k-5)T_0] + \beta_5^2 \varepsilon_5[(k-6)T_0] + \\
& + \beta_6^1 \varepsilon_6(kT_0) + \beta_6^2 \varepsilon_6[(k-1)T_0] + \\
& + \beta_6^3 \varepsilon_6[(k-6)T_0] + \beta_7^1 \varepsilon_7[(k-1)T_0] + \\
& + \beta_7^2 \varepsilon_7[(k-6)T_0] + \beta_8^1 \varepsilon_8(kT_0) + \beta_8^2 \varepsilon_8[(k-1)T_0] + \\
& + \beta_8^3 \varepsilon_8[(k-8)T_0] + \beta_8^4 \varepsilon_8[(k-9)T_0] + \\
& + \beta_8^5 \varepsilon_8[(k-10)T_0] + \beta_8^6 \varepsilon_8[(k-12)T_0] + \\
& + \beta_9 \varepsilon_9[(k-2)T_0] + \beta_{10} \varepsilon_{10} \left[\left(\left[\frac{k}{m_1} \right] - 2 \right) h_1 \right] + \\
& + \beta_{11} \varepsilon_{11} \left[\left(\left[\frac{k}{m_1} \right] - 3 \right) h_1 \right] + \zeta_1^1 u_1[(k-3)T_0] + \\
& + \zeta_1^2 u_1[(k-4)T_0] + \zeta_1^3 u_1[(k-5)T_0] + \zeta_2^1 u_2(kT_0) + \\
& + \zeta_2^2 u_2[(k-12)T_0], \quad (1)
\end{aligned}$$

де $Y(kT_0)$ – вихідна величина на момент k ; $T_0 = 5$ днів – базовий період дискретизації; $\left[\frac{k}{m} \right]$ – ціле число від ділення, де m – ціле число, більше за одиницю; $h_1 = m_1 T_0 = 6T_0 = 1$ місяць; $m_1 = 6$.

Інші позначення розшифровано в таблиці. Також у ній наведено значення коефіцієнтів моделі та розміри лагів. Одне збурення перевищує п'ятипроцентний поріг індикатора значущості: індекс ціни страхівки за дефолт в Європі з лагом п'ять днів, – але він істотно впливає на якість моделі, тому було вирішено його не виключати. Це свідчить про те, що з п'ятипроцентною ймовірністю помилки ми можемо вважати коефіцієнт при цій змінній рівним нулю. Проте також важливим у рішенні залишити цю змінну було те, що індикатор значущості перевищував п'ятипроцентний поріг і був майже рівним 10 процентам.

Модель характеризується дуже склад-

ною структурою, великою кількістю збурень і різними лагами на різних змінних. Будь-яка модель, яка описує динаміку, матиме складну структуру або не буде якісно описувати реальний процес. Найбільший лаг має змінна безробіття в США – три місяці. Вона має період дискретизації місяць, тобто в шість разів більше, ніж вихідна величина. Одне керування діє тільки із запізненням, у той самий час як друге керування діє без запізнення.

Що стосується якості оцінювання, то відкоригований коефіцієнт $R^2 = 0,995306$, що є дуже гарним результатом. На рис. 5 наведено графіки курсу євро/долар протягом п'яти днів: реального та розрахованого за моделлю.

Аналіз моделі курсу євро/долар. У моделі два авторегресійні члени з лагами п'ять та 20 днів. Коефіцієнти при авторегресійних членах дорівнюють 0,636 та -0,422 відповідно. Це свідчить про те, що тільки 63 % минулого значення курсу переходить у наступний момент часу, але 42 % курсу 20 днів тому зменшують вплив курсу п'ять днів тому на вихідну величину.

Коефіцієнти при процентних ставках на цінні папери США та ЄС як більші нуля, так і менші нуля при різних лагах, тобто деякі лаги дають позитивний тиск на курс, деякі негативні, але загалом вони збалансовують один одного.

Те ж саме можна сказати майже про всі інші збурення: при різних лагах мають як позитивні значення коефіцієнта, так і негативні. Виключенням є спотові ціни на сирину нафту в ЄС, які дають тільки позитивний тиск на курс: зростання спотової ціни на сирину нафту в ЄС збільшує вартість євро відносно долара. Можна зробити висновок, що США більш залежна від вартості сирової нафти на будь-якому ринку, ніж ЄС від вартості сирової нафти на своєму.

Варто звернути увагу на те, що безробіття мають різні знаки при коефіцієнтах: безробіття в ЄС створює негативний тиск на курс, а в США – позитивний. Це повністю відповідає макроекономічним ідеям: чим більше безробіття, тим слабша валюта.

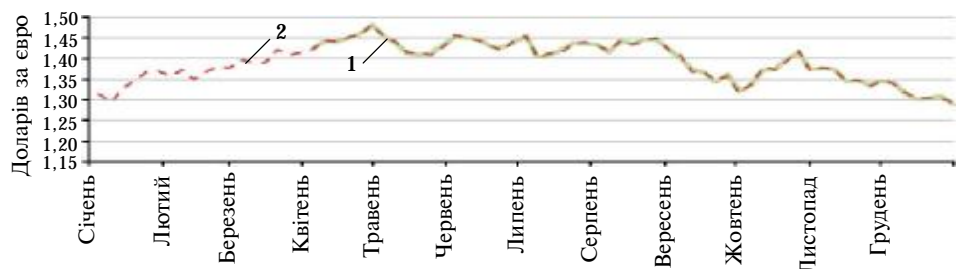


Рис 5. Графіки реального курсу (1) та курсу за моделлю (2)

Таблиця. Результати оцінювання коефіцієнтів моделі

Позначення змінної	Змінна	Значення коефіцієнта
$Y[(k-1)T_0]$	Курс долар/євро за лагом 1 (5 днів)	0,636
$Y[(k-4)T_0]$	Курс долар/євро за лагом 4 (20 днів)	-0,422
$\varepsilon_1[(k-4)T_0]$	П'ятирічні цінні папери США з лагом 4 (20 днів)	-0,098859
$\varepsilon_1[(k-11)T_0]$	П'ятирічні цінні папери США з лагом 11 (55 днів)	0,04268
$\varepsilon_2[(k-1)T_0]$	П'ятирічні цінні папери ЄС з лагом 1 (5 днів)	-0,029926
$\varepsilon_2[(k-4)T_0]$	П'ятирічні цінні папери ЄС з лагом 4 (20 днів)	0,099423
$\varepsilon_2[(k-11)T_0]$	П'ятирічні цінні папери ЄС з лагом 11 (55 днів)	-0,052262
$\varepsilon_3\left[\frac{k}{m_1}\right]$	Інфляція в США (виключаючи продукти та нафту)	-0,065676
$\varepsilon_4[(k-2)T_0]$	Спотові ціни на сиру нафту в ЄС з лагом 2 (10 днів)	0,000605
$\varepsilon_4[(k-4)T_0]$	Спотові ціни на сиру нафту в ЄС з лагом 4 (20 днів)	0,000754
$\varepsilon_5[(k-5)T_0]$	Індекс МІСЕХ на нафту та газ з лагом 5 (25 днів)	$4,09 e^{-5}$
$\varepsilon_5[(k-6)T_0]$	Індекс МІСЕХ на нафту та газ з лагом 6 (30 днів)	$-3,71 e^{-5}$
$\varepsilon_6(kT_0)$	Індекс Чиказької біржі на опціони на нафту	0,000283
$\varepsilon_6[(k-1)T_0]$	Індекс Чиказької біржі на опціони на нафту з лагом 1 (5 днів)	-0,00073
$\varepsilon_6[(k-6)T_0]$	Індекс Чиказької біржі на опціони на нафту з лагом 6 (1 місяць)	0,001135
$\varepsilon_7[(k-1)T_0]$	Індекс Блумберга по ціні газу та нафти у США з лагом 1 (5 днів)	0,001472
$\varepsilon_7[(k-6)T_0]$	Індекс Блумберга по ціні газу та нафти у США з лагом 6 (1 місяць)	-0,003295
$\varepsilon_8(kT_0)$	Індекс ціни страхівки за дефолт в Європі	-0,000147
$\varepsilon_8[(k-1)T_0]$	Індекс ціни страхівки за дефолт в ЄС з лагом 1 (5 днів)	$8,83 e^{-5}$
$\varepsilon_8[(k-8)T_0]$	Індекс ціни страхівки за дефолт в ЄС з лагом 8 (40 днів)	0,000116
$\varepsilon_8[(k-9)T_0]$	Індекс ціни страхівки за дефолт в ЄС з лагом 9 (45 днів)	$-9,86 e^{-5}$
$\varepsilon_8[(k-10)T_0]$	Індекс ціни страхівки за дефолт в ЄС з лагом 10 (50 днів)	0,000115
$\varepsilon_8[(k-12)T_0]$	Індекс ціни страхівки за дефолт в ЄС з лагом 12 (2 місяці)	0,000176
$\varepsilon_9[(k-2)T_0]$	Індекс ціни страхівки за дефолт в США з лагом 2 (10 днів)	-0,00442
$\varepsilon_{10}\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right]-2\right)h_1\right]$	Безробіття в ЄС з лагом 2 (2 місяці)	-0,07931
$\varepsilon_{11}\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right]-3\right)h_1\right]$	Безробіття в США з лагом 3 (3 місяці)	0,065725
$u_1[(k-3)T_0]$	Ставка Федеральної резервної системи США з лагом 3 (15 днів) {керування}	0,101566
$u_1[(k-4)T_0]$	Ставка Федеральної резервної системи США з лагом 4 (20 днів) {керування}	0,176261
$u_1[(k-5)T_0]$	Ставка Федеральної резервної системи США з лагом 5 (25 днів) {керування}	-0,147312
$u_2(kT_0)$	Ставка рефінансування Європейського Центробанку {керування}	0,047511
$u_2[(k-12)T_0]$	Ставка рефінансування Європейського Центробанку з лагом 12 (2 місяці) {керування}	-0,067314

Керування також мають як позитивні коефіцієнти, так і негативні, що потребує значної уваги: при прийнятті рішень важливе не тільки

саме значення ставки, а й те наскільки вона відрізняється від ставки в минулому. Також варто звернути увагу на те, що чим більші керу-

вання (процентні ставки ФРС США та ЄЦБ) у найближчому минулому, тим сильніший був тиск на зростання курсу євро відносно долара. Це пояснюється тим, що зараз ми перебуваємо в "пастці ліквідності".

Синтез закону прийняття оптимальних рішень

Так само, як і в статтях [4, 8, 9], було використано закон прийняття рішень, розроблений на основі мінімізації узагальненої дисперсії:

$$I(kT_0) = E\{Y(kT_0) - Y[(k-1)T_0]^2 + r_1(u_1[(k-3)T_0] - \bar{u}_1)^2 + r_2(u_2(kT_0) - \bar{u}_2)^2\}, \quad (2)$$

де \bar{u}_1 – середнє значення рівня першого керування, яке ми хочемо підтримувати; \bar{u}_2 – середнє значення рівня другого керування, яке ми хочемо підтримувати; r_1 і r_2 – вагові коефіцієнти, відповідно, для першого та другого керувань, які дають інформацію про те, що більш значуще: перше керування, друге керування чи вихідна величина.

Підставивши (1) у (2), отримуємо наступний критерій у вигляді узагальненої дисперсії:

$$I(kT_0) = E\left\{\left(\alpha_1 - 1\right)Y[(k-1)T_0] + \alpha_2 Y[(k-4)T_0] + \beta_1^1 \varepsilon_1[(k-4)T_0] + \beta_1^2 \varepsilon_1[(k-1)T_0] + \beta_2^1 \varepsilon_2[(k-1)T_0] + \beta_2^2 \varepsilon_2[(k-4)T_0] + \beta_2^3 \varepsilon_2[(k-1)T_0] + \beta_3 \varepsilon_3 \left[\frac{k}{m_1}\right] + \beta_4^1 \varepsilon_4[(k-2)T_0] + \beta_4^2 \varepsilon_4[(k-4)T_0] + \beta_5^1 \varepsilon_5[(k-5)T_0] + \beta_5^2 \varepsilon_5[(k-6)T_0] + \beta_6^1 \varepsilon_6(kT_0) + \beta_6^2 \varepsilon_6[(k-1)T_0] + \beta_6^3 \varepsilon_6[(k-6)T_0] + \beta_7^1 \varepsilon_7[(k-1)T_0] + \beta_7^2 \varepsilon_7[(k-6)T_0] + \beta_8^1 \varepsilon_8(kT_0) + \beta_8^2 \varepsilon_8[(k-1)T_0] + \beta_8^3 \varepsilon_8[(k-8)T_0] + \beta_8^4 \varepsilon_8[(k-9)T_0] + \beta_8^5 \varepsilon_8[(k-10)T_0] + \beta_8^6 \varepsilon_8[(k-12)T_0] + \beta_9 \varepsilon_9[(k-2)T_0] + \beta_{10} \varepsilon_{10} \left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right] - 2\right) h_1\right] + \right\}$$

$$+ \beta_{11} \varepsilon_{11} \left\{ \left[\left(\left[\frac{k}{m_1} \right] - 3 \right) h_1 \right] + \zeta_1^1 u_1[(k-3)T_0] + \zeta_1^2 u_1[(k-4)T_0] + \zeta_1^3 u_1[(k-5)T_0] + \zeta_2^1 u_2(kT_0) + \zeta_2^2 u_2[(k-12)T_0] \right\}^2 + r_1(u_1[(k-3)T_0] - \bar{u}_1)^2 + r_2(u_2(kT_0) - \bar{u}_2)^2 \left. \right\}$$

Мінімізацію критерію виконуємо, беручи похідну по керуваннях:

$$\left[\begin{aligned} \frac{\partial I(kT_0)}{\partial u_1[(k-3)T_0]} &= 2 * \zeta_1^1 * (Y(kT_0) - Y[(k-1)T_0]) + \\ &+ 2 * r_1(u_1[(k-3)T_0] - \bar{u}_1)^2 = 0; \\ \frac{\partial I(kT_0)}{\partial u_2(kT_0)} &= 2 * \zeta_2^1 * (Y(kT_0) - Y[(k-1)T_0]) + \\ &+ 2 * r_2(u_2(kT_0) - \bar{u}_2)^2 = 0. \end{aligned} \right.$$

Виконавши всі необхідні перетворення, можемо записати рівняння для оптимального прийняття рішень

$$\left[\begin{aligned} u_1^{OPT}[(k-3)T_0] &= -\frac{1}{r_2 r_1 + r_2 (\zeta_1^1)^2 + r_1 (\zeta_2^1)^2} \times \\ &\times \{r_2 \zeta_1^1 (Y^{\%}(kT_0) - Y[(k-1)T_0]) - \\ &- r_1 (r_2 + (\zeta_2^1)^2) \bar{u}_1 + r_2 \bar{u}_2 \zeta_1^1 \zeta_2^1\}; \\ u_2^{OPT}(kT_0) &= -\frac{1}{r_2 r_1 + r_2 (\zeta_1^1)^2 + r_1 (\zeta_2^1)^2} \times \\ &\times \{r_1 \zeta_2^1 (Y^{\%}(kT_0) - Y[(k-1)T_0]) - \\ &- r_2 (r_1 + (\zeta_1^1)^2) \bar{u}_2 + r_1 \bar{u}_1 \zeta_1^1 \zeta_2^1\}, \end{aligned} \right. \quad (3)$$

де $Y^{\%}(kT_0)$ – очікуване значення вихідної координати за моделлю при відсутності керувань згідно з виразом (1); $u_1^{OPT}[(k-3)T_0]$ і $u_2^{OPT}(kT_0)$ – оптимальні значення змінних, на які можливий вплив, при прийнятті оптимального рішення з точки зору критерію оптимальності у вигляді рівняння (2). На оптимальні значення кожного керування впливають фактичні значення обох керувань.

Результати цифрового моделювання

До критерію входять чотири змінні, які можуть встановлюватися:

- \bar{u}_1 – визначає очікувану процентну ставку ФРС США;
- \bar{u}_2 – визначає очікувану процентну ставку ЄЦБ;
- r_1 – ваговий коефіцієнт для першого керування;
- r_2 – ваговий коефіцієнт для другого керування.

Вагові коефіцієнти вибираються залежно від того, що має для прийняття оптимальних рішень найбільше значення: підтримування стабільності курсу чи підтримування двох процентних ставок (першого або другого керувань) на очікуваних рівнях. Між керуваннями можна також визначати більш головне та менш головне, або, ставлячи однакові коефіцієнти, не вирізняти їх. Про таку можливість не треба забувати, оскільки політика двох держав може проводитися відокремлено або спільно. Вибираючи різні коефіцієнти, можна змоделювати різноманітні варіанти.

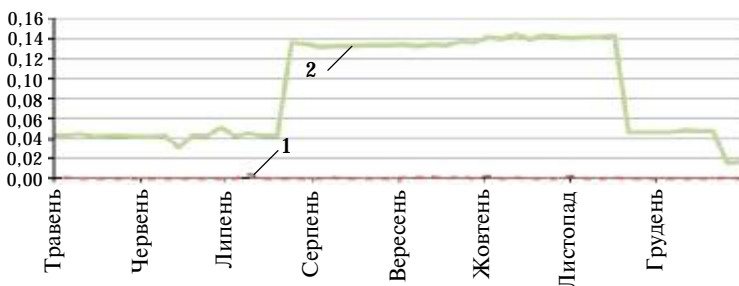


Рис. 6. Графіки узагальненої дисперсії курсу євро/долар при прийнятті оптимальних рішень (1) та при реальному перебігу процесу (2) (у безрозмірних величинах)

На основі експериментальних розрахунків та історичних даних показники вибрано такими:

- $\bar{u}_1 = 0,25$ – процентна ставка ФРС США очікується 0,25 %;
- $\bar{u}_2 = 1$ – процентна ставка ЄЦБ очікується 14 %;
- $r_1 = 0,5$ та $r_2 = 0,5$ – керування мають однаковий вплив, менший, ніж вихідна величина.

Як можна побачити на рис. 6, узагальнена дисперсія курсу євро/долар змінилася дуже іс-

тотно. Це свідчить про те, що прийняття рішень у межах розгорнутих критеріїв при різноманітних сценаріях можливе – головне правильно синтезувати критерій.

Висновки

Розроблена модель, яка описує динаміку курсу євро/долар протягом 2011 р., має скоригований коефіцієнт $R_2 = 0,995306$ та середню відносну похибку в розмірі 0,4 %. Таким чином, модель пояснює 99,53 % динаміки курсу євро/долар, а не пояснені 0,47 % дають середню відносну похибку в розмірі 0,4 %.

Модель має складну структуру: на вхід розробленої моделі подаються два авторегресивні члени, одинадцять збурень з періодом дискретизації п'ять днів та два місяці, два керування з періодом дискретизації п'ять днів. Вихідна величина вимірюється з дискретизацією п'ять днів.

Економічний аналіз засвідчив, що значення коефіцієнтів, отриманих за допомогою методу найменших квадратів, не суперечать макроекономічній теорії з питань курсоутворення. Головним недоліком цієї моделі є спекулятивні коливання, які є характерними для періоду дискретизації п'ять днів, що потребує постійного коригування коефіцієнтів моделі і не дає можливості розробити модель за більший період часу.

Розроблені рівняння оптимального прийняття рішень за обома керуваннями дали змогу значно зменшити значення синтезованого критерію оптимальності у вигляді узагальненої дисперсії. Поставлене завдання було досягнуте: показано можливість використання запропонованого алгоритму при прийнятті рішень щодо стабілізації курсу вільноконвертованої валюти.

Цей алгоритм з різними варіантами критерію оптимальності вже був використаний на чотирьох різнотемпових моделях типу ARMAX. У подальшому в планах дослідити його поведінку на інших моделях типу ARMAX, які описують динаміку реальних процесів, та моделях у просторі станів.

1. **Bagehot W.**, *Lombard Street: A Description of the Money Market*, Cambridge University Press, 1873, 352 p.
2. **Xavier Freixas et al.**, *The Lender of Last Resort A 21st Century Approach*, European Central Bank, 2003, 38 p.
3. **Friedman M.**, "How Well are Fluctuating Exchange Rates", Working Paper, American Enterprise Institute, no. 18, 6 p., 1973.
4. **Романенко В.Д., Реутов О.А.** Прийняття оптимальних рішень щодо стабілізації курсу гривня/долар на основі математичних моделей з різноміжною дискретизацією // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – №6. – 2011. – С. 67–73.
5. **Самуэльсон П.** Экономика. Вводный курс. – М.: Прогресс, 1964. – 702 с.
6. **Брейли Р., Майерс С.** Принципы корпоративных финансов. – 2-е изд. – М.: Олимп-Бизнес, 2007. – С. 734–736.
7. **Козловський В.О., Козловський С.В.** Макроекономічне моделювання та прогнозування валютного курсу в Україні. – В.: Книга-Вега, 2005. – 254 с.
8. **Романенко В.Д., Реутов А.А.** Минимизация обобщенной дисперсии условно стабильных остатков средств до востребования в банке // 12-та Міжнар. конф. "САІТ-2010", 2010. – С. 147.
9. **Романенко В.Д., Реутов О.А.** Моделювання та оптимальне управління залишками на поточних рахунках клієнтів банку // Мат.-економ. моделювання соц.-економ. процесів. – 2011. – № 1. – С. 378–398.
10. **Романенко В.Д., Реутов О.А.** Моделювання та оптимальне прийняття рішень для підтримання стабільності індексу споживчих цін // Сист. досл. та інформ. техн. – 2012. – № 4.

Рекомендована Радою
Навчально-наукового комплексу
"Інститут прикладного системного
аналізу" НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
17 вересня 2012 року