

УДК 303.732, 517.9

Л.О. Коршевніук, П.І. Бідюк

ФОРМАЛІЗАЦІЯ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧІ КЕРУВАННЯ РИЗИКАМИ В СИСТЕМАХ РІЗНОЇ ПРИРОДИ

The paper considers the problem of formal statement of the general problem of integrated risk management in complex systems as a whole of different nature. Relevance of such formulations caused with the fact that the existing approaches are directed to local non-systemic risk analysis that do not focus on different and often multidisciplinary nature of the risks, and are not able to overcome the problem of cascaded development of risks. The statement of the problem based on the Merton model is considered. This model shows generalized, universal and idealized approach, where the risk is not presented in an explicit form, and therefore a detailed risk analysis is not valid in this case. The proposed approach to the problem formalization and solving is based on a detailed study of risk factors and situations. The optimal control strategy is based on the functional that provides a minimum negative effect of the risks in the system as a whole, minimizing the costs of risk management and provides prevention of the system ruin.

Вступ

Останнім часом ставлення до задач керування ризиками у світі кардинально змінюється в бік приділення все більшої уваги коректному математичному опису, адекватному прогнозуванню й ефективному врахуванню ризиків. В умовах глобалізації процесів у різних сферах людської діяльності недостатньо глибоке дослідження процесів виникнення і розвитку ситуацій ризику у функціонуванні систем призводить до значних втрат і збитків, істотних затримок у соціально-економічному розвитку, а також може спричиняти екологічні й соціальні катастрофи та посилювати негативні прояви кризових явищ. Такі виклики зумовлюють високу актуальність дослідження і розв'язання задач керування ризиками в системах різної природи [1–3].

Керування ризиками в широкому сенсі є узагальнюючим поняттям, що фактично являє собою складний взаємопов'язаний комплексний процес, до якого можуть входити процедури аналізу досліджуваної системи, методи виявлення й аналізу факторів ризику, прогнозування ситуацій ризику, оцінювання ймовірності настання ризику, визначення розміру потенційних втрат при виникненні ризиків, методика аналізу взаємозалежності ризиків, процедури формування альтернативних варіантів протидії та зменшення ризиків, інструментарій оцінювання таких варіантів протидії та зменшення ризиків, процедури вибору варіантів зменшення ризиків і визначення множини заходів протидії ризикам (керування ризиками у вузькому сенсі), динамічне адаптивне коригування визначених варіантів і заходів стосовно зменшення впливу ризиків на функціонування системи.

На сьогодні розроблено широку множину методів і підходів до моделювання і врахування ризиків у задачах прийняття рішень, до керування ризиками в певних окремих випадках і задачах у різних предметних сферах та галузях знань. Проте більшість таких підходів мають локальний характер і, як правило, орієнтовані на певні вузькі аспекти прояву ситуацій ризику. Основними прикладами такого звуження можуть бути: 1) виділення та відокремлене дослідження в ситуаціях ризику лише певних категорій, наприклад врахування тільки ймовірності настання ризикової ситуації або тільки величини потенційних збитків; 2) дослідження параметрів потенційного ризику лише на час розв'язання задачі без аналізу можливих ситуацій ризику в майбутньому на певному заданому проміжку часу; 3) дослідження кожної можливої ситуації ризику окремо без проведення аналізу взаємного впливу ризиків; 4) обмеженість лише описовим визначенням причинно-наслідкових зв'язків щодо виникнення ризиків, наприклад врахування для певної ситуації ризику тільки кількох із можливих факторів чи груп факторів ризиків (зовнішні, внутрішні, технічні тощо) без визначення конкретних причин виникнення ризику та величини їх впливу на ймовірність виникнення ризику.

Необхідно зазначити, що для окремих задач такий звужений розгляд задач менеджменту ризику може виявитись і прийнятним, наприклад для розв'язання задач актуарних розрахунків у страховій діяльності, задач визначення значень втрат VaR у банківській сфері, задач подовження строків експлуатації певних приладів у техніці, ризик порушення екосистеми в державі від діяльності лісопилки, задач визна-

чення короткострокових репутаційних ризиків у політиці тощо. Розв'язання таких задач потребує, як правило, використання точних значень змінних, встановлення значних обмежень і ґрунтується на низці припущень.

Реальні сучасні умови в усіх сферах людського діяльності вимагають розв'язання складних задач комплексного керування ризиками, для яких зазначений підхід звуження понять і локального врахування ризиків не може дати коректних результатів і є неприйнятним. Необхідно розробити нові методи і підходи до комплексного та багатофакторного керування ризиками у складних системах. Крім того, необхідно звернути увагу, що вкрай актуальним є акцентування створюваного інструментарію керування ризиками на універсальності його застосування в системах різної природи. Це надасть можливість переносити зручні та дієві розробки, створені в одних предметних сферах, у інші та значною мірою якісно посилити керування ризиками за допомогою міждисциплінарного врахування ризиків у складних системах.

Постановка задачі

Метою роботи є: 1) виконання аналізу підходів до формалізації ризиків і задач керування ризиками; 2) розроблення формального опису загальної постановки задачі керування ризиками в системах різної природи; 3) декомпозиція і зведення задачі до чітких формалізованих постановок елементарних задач дослідження операцій, прийняття рішень і керування.

Формалізована постановка задачі. **Наявні:** певна система, яка функціонує на часовому інтервалі $[0, T]$; визначені основні ресурси системи Z , відомі обмеження, константи та певна попередня модель функціонування системи M . **Необхідно:** 1) побудувати уточнену модель функціонування системи M' ; 2) виявити й оцінити фактори ризиків і потенційні ситуації ризиків; 3) оцінити ризики процесу, їх ступінь (імовірність) і рівень; 4) визначити оптимальні дії з керування ризиками на горизонті T за умови мінімізації витрат ресурсів; 5) встановити можливі наслідки від керуючих дій.

Розв'язання задачі

Узагальнена задача керування ризиками має такі характеристики: складна формалізація процесів; наявність невимірюваних компонентів або компонентів, які складно оцінити; наявність

кількісних і якісних залежностей; неповна, нечітка і неточна інформація стосовно об'єкта керування; наявність невизначеностей (імовірнісного, структурного, статистичного та інформаційного типів). Крім того, відсутні методи розв'язання таких задач на основі безпосередніх перетворень даних [4].

Формулювання динамічної задачі керування ризиками в системі довільної природи можна представити на основі моделі оптимального стохастичного управління інвестиціями та споживанням Мертона [5, 6].

На момент часу t_0 існує початковий обсяг $Z(0) = z_0$ ресурсу Z , частина якого витрачається на досягнення цілей управління (споживається) $c(t)$, а частина $A(t)$ перебуває під ризиком (інвестується) в процес, динаміка якого описується рівнянням на основі вінерівського процесу (процесу броунівського руху) $W(t)$ [7]:

$$dX(t) = X(t) \cdot (a \cdot dt + b \cdot dW(t)), \quad X(0) = x_0, \quad (1)$$

де $X(t)$ – це обсяг ресурсу, що перебуває під ризиком і може зазнати втрат внаслідок численних різних імпульсів (ризиків). Динаміка залишку ресурсу після споживання та інвестування визначається константою-мультиплікатором r . У фінансових системах прикладом такого мультиплікатора може бути банківський відсоток на залишок коштів на рахунках.

Загальна динаміка ресурсу Z системи описується диференціальним рівнянням

$$\begin{aligned} dZ(t) = & A(t) \cdot (a \cdot dt + b \cdot dW(t)) + \\ & + (Z(t) - A(t)) \cdot r \cdot dt - c(t) \cdot dt, \end{aligned} \quad (2)$$

$$Z(0) = z_0,$$

де a, b – параметри моделі.

Оптимізаційну задачу можна розглядати на скінченному часовому горизонті і на нескінченному. При керуванні на скінченному інтервалі функціонал якості складається з двох компонент: поточного обсягу ресурсів ($t \in [0, \tau]$) та обсягу ресурсів у кінці інтервалу часу (T):

$$J = E \left[\int_0^{\tau \wedge T} u(Z(t), \sigma(t), t) dt + U(Z(T), \sigma(T)) \right], \quad (3)$$

де τ – деякий момент зупинки, наприклад момент переходу на іншу траєкторію або момент загибелі системи (приміром, у фінансових системах – момент банкрутства); $\sigma(t)$ – стра-

тегія керування, $\sigma(t) \in \Sigma$, де Σ – простір допустимих керуючих впливів.

Оптимальна стратегія спрямовується на досягнення таких траєкторій для $(A(t), c(t))$, які максимізують очікувану корисність споживання і, фактично, мінімізують ризик для ресурсу Z на всьому горизонті управління. У такій постановці задачі функціонал якості (3) має вигляд

$$J = E \left[\int_0^{\tau} e^{-\rho t} \cdot u(c(t)) dt \right], \quad (4)$$

де $\rho > 0$ – суб'єктивний коефіцієнт зацікавленості у споживанні ресурсу; $u(x) = x^\gamma$, $\gamma < 1$ – функція корисності, сформована для конкретного випадку.

Таким чином, у задачі керування ризиками визначаються динаміка обсягу ресурсу (1), який перебуває під ризиком, та дві змінні керуючих впливів: $A(t)$ – обсяг виділених під ризик ресурсів (інвестиції) і $c(t)$ – швидкість споживання. Вихідними змінними системи керування є такі: $X(t)$ – обсяг ресурсу, що перебуває під ризиком, і загальний обсяг ресурсу $Z(t)$.

Така система керування не спрямована у явному вигляді на керування ризиками, а, фактично, постає системою керування ресурсом в умовах наявності ризиків, яка спрямована на мінімізацію проявів ризиків і на максимізацію корисності споживання досліджуваного ресурсу.

Представлена модель M' (1)–(4) може бути застосована як для єдиної інтегрованої змінної системи (ресурсу), що описує динаміку процесу функціонування системи, так і для множини певних важливих ресурсів системи $Z = \{Z_{iz}\}$, $iz = \overline{1, z}$. У цьому випадку рівняння (1), (2) та, відповідно, вираз (3) формуються для кожного ресурсу, і модель стохастичного керування ризиками буде утворювати систему рівнянь відповідно до виділених ресурсів.

В окремих задачах керування ризиками може розглядатись без окремого виділення ресурсів на споживання $c(t)$. Така задача може бути представлена спрощеною моделлю (1), (2), (4):

$$dX(t) = X(t) \cdot (a \cdot dt + b \cdot dW(t)), \quad X(0) = x_0;$$

$$dZ(t) = A(t) \cdot (a \cdot dt + b \cdot dW(t)) + (Z(t) - A(t)) \cdot r \cdot dt, \quad Z(0) = z_0;$$

$$J = E \left[\int_0^{\tau} e^{-\rho t} \cdot u(A(t)) dt \right].$$

Формалізація та розв'язання задачі керування ризиками на основі моделі Мертона є певною мірою “ідеалізованим” універсальним описом задачі, який можна застосувати до систем різної природи та ресурсів різного типу. Зазначимо, що в такій моделі відсутнє представлення ризику в явному вигляді, вплив ризиків враховується узагальнено в описі динаміки процесу, і, відповідно, категоризація ризиків, аналіз факторів, імовірностей виникнення та величини впливу окремих ризиків не виконуються. Також важливим є те, що для розв'язання поставленої задачі необхідно коректно визначити динаміку ресурсу, що перебуває під ризиком.

Пропонується підхід до формалізації постановки задачі керування ризиками, що ґрунтується на визначенні факторів ризиків, виділенні та оцінюванні можливих ситуацій ризику і зведенні загальної задачі до розв'язання оптимізаційної задачі вибору дій щодо зменшення ризиків системи. При цьому керування ризиками фактично забезпечується і описується додатковими витратами ресурсів системи.

Введемо такі позначення. Наявна система Sys. Її функціонування на часовому горизонті $t \in [0, T]$ описується динамікою кількісних ресурсів $Z = \{Z_{iz}\}$, $iz = \overline{1, z}$, які можуть перебувати під ризиком.

Ризик R – це комплексна характеристика можливих втрат певного ресурсу системи, яка описується так: $R_{ir} = \langle Z^{ir}, F^{ir}, P^{ir}, L^{ir}, PD^{ir}, LD^{ir} \rangle$ (всі змінні описано нижче). Множина всіх ризиків системи $R = \{R_{ir}\}$, $ir = \overline{1, r}$, що можуть виникати при функціонуванні системи, описує всі можливі втрати ресурсів Z , які можуть бути враховані в задачі. Розкриємо позначення, використані в описі ризику.

Z^{ir} – ресурс системи із множини Z , який може зазнати втрат при виникненні ризику R_{ir} : $Z^{ir} \equiv Z_{iz} \in Z$, $iz \in [1, z]$. У задачі розглядається, що один ризик R_{ir} має вплив і

описує можливість втрат лише одного ресурсу Z^{ir} .

F^{ir} – підмножина значень факторів із множини факторів ризику F , що описує умови, за яких може виникнути ризик R_{ir} :

$$F^{ir} = \langle F_{if}^{ir} | F_{if}^{ir} \equiv F_{if} \rightarrow R_{ir}; F_{if} \in F, if = \overline{1, f} \rangle, \\ ir \in [1, \dots, r].$$

Фактор ризику F – причина виникнення ризику. Кожний фактор ризику описується динамікою інформативної кількісної змінної F_{if} . Всі можливі й відомі в задачі фактори ризику на горизонті $[0, T]$ утворюють множину всіх факторів ризиків системи $F = \{F_{if}\}$, $if = \overline{1, f}$.

P^{ir} – ступінь ризику R_{ir} , тобто ймовірність настання ризику R_{ir} . В загальному випадку ступінь ризику P^{ir} представляється функцією від значень факторів ризику $F^{ir} = \langle F_{if}^{ir} \rangle$ та часу $0 \leq t \leq T$: $P^{ir} = p(\langle F_{if}^{ir} \rangle, t)$.

L^{ir} – рівень ризику R_{ir} , що характеризує розмір можливих втрат ресурсу Z^{ir} при виникненні ризику. Розмір втрат L^{ir} вимірюється у величинах, у яких обчислюються значення цієї змінної.

PD^{ir} – величина зменшення ступеня ризику. Вона характеризує обсяг витрат, необхідних для забезпечення зменшення ймовірності P^{ir} виникнення ризику R_{ir} . В загальному випадку PD^{ir} представляється функцією від множини значень кожного ресурсу системи $Z = \{Z_{iz}\}$, $iz = \overline{1, z}$ та моменту часу $0 \leq t \leq T$: $PD^{ir} = dp(\{Zdp_{iz}^{ir}(t) | Zdp_{iz}^{ir} \equiv Z_{iz}, iz = \overline{1, z}\}, t)$. У залежності $dp(\cdot)$ можуть використовуватись всі ресурси системи, а не лише ресурс Z^{ir} , який перебуває під ризиком втрат для ризику R_{ir} . Це зумовлено тим, що додаткове кількісне забезпечення певними ресурсами системи, навіть тими, що не перебувають під ризиком R_{ir} , у цій ситуації може позитивно впливати на зменшення ймовірності P^{ir} виникнення ризику. Значення тих ресурсів, витрати яких не передбачаються для зменшення ступеня ризику в

конкретний момент часу t , набувають нульових значень.

LD^{ir} – величина зменшення втрат від ризику. Вона характеризує обсяг витрат, необхідних для забезпечення зменшення рівня ризику L^{ir} до виникнення ризику R_{ir} , та витрат на відновлення втрачених обсягів ресурсу Z^{ir} після настання ризику R_{ir} . В загальному випадку LD^{ir} , аналогічно до PD^{ir} , представляється функцією від множини значень усіх ресурсів системи $Z = \{Z_{iz}\}$, $iz = \overline{1, z}$, та моменту часу $0 \leq t \leq T$: $LD^{ir} = dl(\{Zld_{iz}^{ir}(t) | Zld_{iz}^{ir} \equiv Z_{iz}, iz = \overline{1, z}\}, t)$.

Таким чином, уточнена формальна постановка задачі має такий вигляд.

Наявні:

- система, яка характеризується множиною ресурсів $Z = \{Z_{iz}\}$, $iz = \overline{1, z}$;
- часовий інтервал функціонування системи й керування ризиками $t \in [0, T]$;
- обмеження на мінімальне aZ і максимальне bZ значення для кожного ресурсу Z : $aZ = \{aZ_{iz}\}$, $bZ = \{bZ_{iz}\}$, $aZ_{iz} < Z_{iz} < bZ_{iz}$, $iz = \overline{1, z}$;
- ціна одинці кожного ресурсу виражена в єдиній величині, наприклад у грошових одиницях (г. о.): $pZ = \{pZ_{iz}\}$, $1Z_{iz} = pZ_{iz}$ г. о., $iz = \overline{1, z}$.

Необхідно:

- спрогнозувати динаміку зміни кожного ресурсу $Z_{iz}(t)$, $iz = \overline{1, z}$ на часовому інтервалі $[0, T]$ за умов $aZ_{iz} < Z_{iz}(t) < bZ_{iz}$;
- визначити множину факторів ризиків $F = \{F_{if}\}$, $if = \overline{1, f}$ системи;
- визначити множину ризиків системи $R = \{R_{ir}\}$, $ir = \overline{1, r}$, та для кожного ризику R_{ir} :
- встановити ресурс Z^{ir} із множини Z , який буде перебувати під ризиком R_{ir} ;
- сформулювати підмножину факторів F^{ir} певного ризику R_{ir} із множини факторів ризиків F ;
- оцінити значення факторів $F^{ir} = \langle F_{if}^{ir} \rangle$, при яких може виникнути ризик R_{ir} ;
- оцінити функцію ступеня ризику $P^{ir} = p(\langle F_{if}^{ir} \rangle, t)$ на інтервалі $t \in [0, T]$;

- оцінити рівень ризику L^{ir} ;
- оцінити функцію зменшення ступеня ризику $PD^{ir} = dp(\{Zdp_{iz}^{ir}(t)\}, t)$ на інтервалі $t \in [0, T]$;
- оцінити функцію зменшення втрат від ризику $LD^{ir} = dl(\{Zdl_{iz}^{ir}(t)\}, t)$ на інтервалі $t \in [0, T]$;
- сформуувати опис ризику: $R_{ir} = \langle Z^{ir}, F^{ir}, P^{ir}, L^{ir}, PD^{ir}, LD^{ir} \rangle$, $ir = \overline{1, r}$;

– визначити стратегію керування ризиками на основі мінімізації функціоналу якості, що складається із суми зваженої за ймовірністю вартості втрат від ризику та вартості витрат на забезпечення зменшення ступеня ризику і втрат за кожним ризиком:

$$J = \sum_{t \in [0, T]} \left[\sum_{ir=1}^r \left[(P^{ir} - PD^{ir}) \cdot (L^{ir} - LD^{ir}) \cdot pZ^{ir} + \sum_{iz=1}^z (Zdp_{iz}^{ir}(t) + Zdl_{iz}^{ir}(t)) \cdot pZ_{iz} \right] \right] \rightarrow \min. \quad (5)$$

Керуючими впливами є витрати на зменшення ступеня ризику $Zdp_{iz}^{ir}(t)$ та витрати на зменшення втрат від ризику $Zdl_{iz}^{ir}(t)$.

Оптимізаційна задача для визначення стратегії керування ризиками має таку постановку:

$$\sum_{t \in [0, T]} \left[\sum_{ir=1}^r \left[(P^{ir} - dp(\{Zdp_{iz}^{ir}(t)\}, t)) \times (L^{ir} - dl(\{Zdl_{iz}^{ir}(t)\}, t)) \cdot pZ^{ir} + \sum_{iz=1}^z (Zdp_{iz}^{ir}(t) + Zdl_{iz}^{ir}(t)) \cdot pZ_{iz} \right] \right] \rightarrow \min \quad (6)$$

за обмежень

$$\sum_{ir=1}^r (Z_{iz}(t) - Zdp_{iz}^{ir}(t) - Zdl_{iz}^{ir}(t) - L^{ir} + dl(\{Zdl_{iz}^{ir}(t)\}, t)) > aZ_{iz}, t \in [0, T], iz = \overline{1, z}; \quad (7)$$

$$\sum_{ir=1}^r (Z_{iz}(t) + Zdp_{iz}^{ir}(t) + Zdl_{iz}^{ir}(t)) < bZ_{iz}, \quad (8)$$

$$t \in [0, T], iz = \overline{1, z}.$$

Цільова функція (6) – це розгорнутий запис (5). Обмеження (7) запобігає загибелі системи, наприклад банкрутству у фінансових системах, а (8) гарантує задоволення бюджетного обмеження на наявні обсяги ресурсів. Невідомими в задачі виступають значення витрат ресурсів на зменшення ступеня ризику Zdp_{iz}^{ir} і втрат від ризику Zdl_{iz}^{ir} для кожного ризику $ir = \overline{1, r}$, для кожного ресурсу $iz = \overline{1, z}$ і для кожного моменту часу $t \in [0, T]$. Розв'язок задачі оптимізації (6)–(8) – це знайдені значення для вказаних величин, які й визначатимуть оптимальну стратегію керування ризиками на інтервалі $t \in [0, T]$.

Сумарна вартість витрат на керування ризиками, виражена в єдиній величині, наприклад у г. о., характеризує загальні витрати на ризик системи на заданому часовому інтервалі VfR (Value for Risk):

$$VfR = \sum_{t \in [0, T]} \sum_{ir=1}^r \sum_{iz=1}^z (Zdp_{iz}^{ir}(t) + Zdl_{iz}^{ir}(t)) \cdot pZ_{iz}.$$

Запропонований опис задачі є універсальною формалізацією задачі керування ризиками для систем різної природи. Як ресурси в задачах керування ризиками можуть розглядатись різні кількісні характеристики. Наприклад, для фінансових і економічних систем: час, трудові та фінансові ресурси, економічна стабільність; для технічних систем: сталість функціонування системи, технічна надійність, репутація (так званий Goodwill); для політичних систем: політична позиція, соціальна стабільність, наявність протестних настроїв, довіра до конкретної особи; для соціальних систем: впевненість населення, задоволеність певними послугами, подіями, ситуаціями, якість життя, медичне забезпечення, здоров'я певних органів чи організму в цілому; для екологічних систем: обсяг опадів, природні явища, рівень забруднення тощо.

Визначення оптимальної стратегії керування на основі розв'язання поставленої оптимізаційної задачі забезпечить мінімізацію негативних проявів можливих ризиків, мінімізацію витрат на керування ризиками та вбереження системи від загибелі.

Висновки

У роботі досліджена актуальна проблема формалізації задачі керування ризиками для систем різної природи. Більшість сучасних підходів до врахування ризиків і керування ними в процесі управління та під час прийняття рішень у складних системах розраховані на односторонній локальний аналіз окремих ризиків і не придатні для формування дій з комплексно-оптимального керування ризиками для всієї системи в цілому.

Розглянуто "ідеалізовану" формалізацію задачі керування ризиками на основі моделі Мертона, яка характеризується універсальністю застосування до систем різної природи та ресурсів різного типу. Ризик у такій моделі не представлений у явному вигляді, і, відповідно, докладний аналіз факторів і впливів кожного ризику не виконується, оскільки це завдання для окремого дослідження.

Запропоновано підхід до формалізації постановки задачі керування ризиками на основі докладного визначення факторів ризиків, виявлення та оцінювання можливих ситуацій ри-

зику і зведення загальної задачі керування ризиками до оптимізаційної задачі вибору дій щодо зменшення ризиків системи та їх впливу на функціонування. При цьому оптимальна стратегія керування ризиками, фактично, забезпечується й описується додатковими витратами ресурсів системи. Така постановка задачі забезпечує мінімізацію негативних проявів ризиків у цілому для системи, мінімізацію витрат на керування ризиками та запобігання руйнуванню (загибелі) системи.

Подальші дослідження доцільно спрямувати на розроблення підходів до керування ризиками, які будуть направлені на інтегрування "ідеалізованих" загальних постановок задач оптимального керування та практичних постановок задач із докладним аналізом ризиків і їх факторів. Для оцінювання структури та параметрів математичних моделей ризиків доцільно використати фактичні статистичні дані функціонування реальних систем у поєднанні з коректно згенерованими псевдовипадковими послідовностями. Такий підхід дасть можливість максимально наблизити теоретичні дослідження до потреб практичного застосування.

1. *Системний підхід до моделювання прогнозування та управління фінансово-економічними процесами* / О.В. Половцев, П.І. Бідюк, Л.О. Коршевнік, І.І. Семенчев. – Донецьк: ТОВ "Східний видавничий дім", 2009. – 286 с.
2. *Бланк И.А. Управление финансовыми рисками.* – К.: Ника-Центр, 2005. – 600 с.
3. *Энциклопедия финансового риск-менеджмента* / Под ред. А.А. Лобанова и А.В. Чугунова. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2006. – 878 с.
4. *Згуровский М.З., Панкратова Н.Д. Системный анализ. Проблемы, методология, приложения.* – К.: Наук. думка, 2005. – 744 с.
5. *C. Hipp, "Stochastic Control with Application in Insurance",* in *Stochastic Methods in Finance*, K. Back et al., Eds. Springer, 2004, pp. 127–164.
6. *R.C. Merton, "Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model"* *J. Econom. Theory*, vol. 3, pp. 373–413, 1971.
7. *Уотшем Т.Дж., Паррамоу К. Количественные методы в финансах.* – М.: Финансы, ЮНИТИ, 1999. – 527 с.

Рекомендована Радою
Навчально-наукового комплексу
Інститут прикладного системного
аналізу НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
12 вересня 2013 року