

УДК 537.6, 538.9

Ю.І. Горобець, О.Ю. Горобець, В.В. Куліш

РОЗПОДІЛ ВЕКТОРА АНТИФЕРОМАГНЕТИЗМУ ДЛЯ ІЗОЛЬОВАНОЇ АНТИТОЧКИ ТА СИСТЕМИ ВІДДАЛЕНИХ АНТИТОЧОК У АНТИФЕРОМАГНЕТИКУ

In the paper, an antiferromagnetism vector distribution in an antiferromagnetic film composed of an uniaxial or isotropic two-sublattice antiferromagnet with a set system of circular antidots is investigated. For such a system, the Landau-Lifshitz equation is written and its solution is obtained. An antiferromagnetism vector distribution is found for three isolated antidot cases (in isotropic antiferromagnet, in “easy plane” antiferromagnet, in “easy axis” antiferromagnet) with vortex-type boundary conditions on the antidot surface and three cases of remote antidotes system (in isotropic antiferromagnet, in “easy plane” antiferromagnet and in “easy axis” antiferromagnet) with vortex-type boundary conditions on the surface of one of the antidots. It is shown that the plane distribution of the antiferromagnetism vector on at least one cross-section of one of the antidots is possible only in the case of the antidots remoteness.

Keywords: antiferromagnet, thin magnetic film, antidot, antiferromagnetic vector.

Вступ

Як відомо, останнім часом набувають популярності нанотехнології, що використовують магнітні наносистеми. Магнітні властивості наносистем інтенсивно досліджуються. Дослідники вивчають як статичні, так і динамічні властивості тонких магнітних плівок [1], магнітних наносфер [2], багатшарових наноструктур [3] тощо.

Серед магнітних наноструктур особливе місце займають магнітні точки та їх системи, а також магнітні антиточки (отвори у тонких плівках) та їх системи. Системи ферромагнітних [4, 5] та антиферромагнітних [6, 7] точок інтенсивно досліджуються останніми роками. Проте системи ферромагнітних [8, 9], і особливо антиферромагнітних [10], антиточок залишаються порівняно малодослідженими. Відомі дослідження антиферромагнітних антиточок присвячені переважно обмінному підмагнічуванню. Втім системи магнітних антиточок є перспективними з точки зору застосування у техніці – у пристроях зберігання інформації [11], у магнронних хвильоводах [12], як основа магнітних метаматеріалів [13], як двовимірні магнронні кристали [14] тощо. Через це магнітні властивості антиферромагнітних антиточок та їх систем є актуальною темою для дослідження.

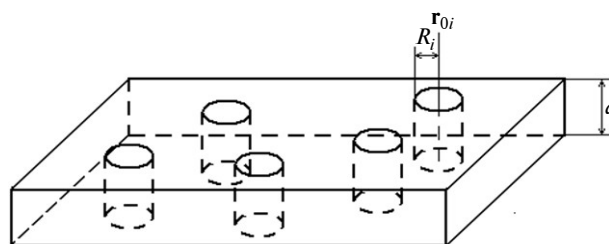
Постановка задачі

Мета роботи – дослідити відокремлені антиточки та системи антиточок у антиферромагнітній плівці з двопідграткового ізотропного або одновісного антиферромагнетика, а також отримати розподіл вектора антиферромагнетизму в такій плівці для різних конфігурацій антиточок за різних граничних умов.

Вихідні положення

Розглянемо двопідгратковий антиферромагнетик, густина магнітного моменту підграток якого (\mathbf{M}_1 та \mathbf{M}_2 відповідно) є всюди однаковою за модулем та протилежною за напрямком, так що $\mathbf{M}_1 = -\mathbf{M}_2$, та всюди постійною за модулем, так що $|\mathbf{M}_1| = |\mathbf{M}_2| = M_0$, $M_0 = \text{const}$. Відповідно, загальний вектор намагніченості $\mathbf{M} = 0$, а вектор антиферромагнетизму є постійним за модулем $|\mathbf{L}| = L_0 = \text{const}$. Константи анізотропії антиферромагнетика позначимо β_1 і β_2 , неоднорідні обмінні константи – α_1 і α_2 ($\alpha_1 > 0$), константу енергії однорідного обміну – A .

Нехай у плівці товщини d з описаного вище антиферромагнетика задано систему антиточок з радіусами R_i та площинними радіус-векторами осей $\{\mathbf{r}_{0i}\}$ (див. рисунок, вісь Oz спрямована нормально до плівки). Завдання полягає у знаходженні розподілу вектора антиферромагнетизму в такій плівці за різних конфігурацій антиточок і за різних граничних умов.



Досліджувана антиферромагнітна плівка

Розв’язок рівняння Ландау—Ліфшиця. Загальний вигляд розподілу вектора антиферомагнетизму

Розглянемо антиферомагнітну плівку, описану вище. Застосуємо сферичні координати (r, θ, φ) . Позначимо азимутальний і полярний кути вектора \mathbf{L} як φ_L і θ_L відповідно, так що $\mathbf{L} = L_0(\mathbf{e}_x \sin \theta_L \cos \varphi_L + \mathbf{e}_y \sin \theta_L \sin \varphi_L + \mathbf{e}_z \cos \theta_L)$, де $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ — орти осей Ox, Oy і Oz відповідно. Тоді статичний розподіл вектора \mathbf{L} у плівці можна описати рівнянням Ландау—Ліфшиця в такій формі [15, 16]:

$$\begin{cases} c^2 \operatorname{div}(\sin^2 \theta_L \nabla \varphi_L) = 0, \\ c^2 \Delta \theta_L + ((gH_0)^2 - c^2 \Delta \varphi_L - \omega_0^2) \sin \theta_L \cos \theta_L = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де \mathbf{H}_0 — зовнішнє магнітне поле; $c = \frac{4\mu_0 M_0}{\hbar} \times \sqrt{A\alpha_1}$; $\omega_0 = \frac{4\mu_0 M_0}{\hbar} \sqrt{A\beta_1}$. За відсутності зовнішнього поля ($\mathbf{H}_0 = 0$) рівняння (1) після ділення на величину ω_0^2 стає аналогічним до статичного рівняння для вектора намагніченості в одновісному феромагнетикі з обмінною константою α_1 та константою анізотропії β_1 . Це дає можливість використати розв’язки цього рівняння, наведені у [16], для випадку, який ми розглядаємо. Використаємо наступний розв’язок рівняння Ландау—Ліфшиця (1):

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\left(\frac{\theta_L}{2}\right) = \frac{b}{\operatorname{dn}(c\sqrt{|C_1|} |P(X, Y, Z), k_1)}, \\ \varphi_L = Q(X, Y, Z) \end{cases} \quad (2)$$

де $X = \frac{x}{l_0}, Y = \frac{y}{l_0}, Z = \frac{z}{l_0}$, величина $l_0 = \sqrt{\frac{\alpha_1}{|\beta_1|}}$ за $\beta_1 \neq 0, l_0 = 1$ за $\beta_1 = 0$; C_1 — константа, яка для цього розв’язку перебуває в інтервалі $-\frac{1}{4} < C_1 < 0$, величини $c = \sqrt{\frac{1+2C_1+\sqrt{1+4C_1}}{2|C_1|}}$, $b = \sqrt{\frac{1+2C_1-\sqrt{1+4C_1}}{2|C_1|}}$, $k_1 = \sqrt{\frac{2\sqrt{1+4C_1}}{1+2C_1+\sqrt{1+4C_1}}}$, $0 < k_1 \leq 1$ — модуль еліптичної функції Якобі. Функції P, Q для системи антиточок, описа-

ній у постановці задачі, можуть бути записані, наприклад, у вигляді

$$\begin{cases} P = \frac{\pm z}{l_0} \Theta(\beta_1) + \sum_i n_i \ln\left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{0i}|}{l_0}\right) + C_2, \\ Q = \frac{\pm z}{l_0} \Theta(-\beta_1) + \sum_i \alpha_i n_i + C_3, \end{cases}$$

тут \mathbf{r} — радіус-вектор точки у площині; $\mathbf{r}_{0i} = (x_{0i}, y_{0i})$ — площинні радіус-вектори центрів антиточок; n_i — довільні цілі числа; C_2, C_3 — константи; α_i — азимутальний кут відносно точки \mathbf{r}_{0i} , так що $\alpha_i = \operatorname{arctg}\left(\frac{y - y_{0i}}{x - x_{0i}}\right)$, функція

$$\Theta(\xi) = \begin{cases} 0, & \xi \leq 0, \\ 1, & \xi > 0. \end{cases}$$

Розглянемо різні конфігурації антиточок та граничних умов для вектора антиферомагнетизму.

Випадок 1. Відокремлена антиточка. Нехай функції P та Q вибрані таким чином:

$$\begin{cases} P = \frac{z}{l_0} \Theta(\beta_1) + \ln\left(\frac{r}{l_0}\right) + C_2, \\ Q = \frac{z}{l_0} \Theta(-\beta_1) + \varphi n + C_3. \end{cases}$$

Такий вигляд функцій P, Q відповідає, наприклад, ізольованій антиточці, вісь якої проходить через початок координат.

Випадок 1.1. Відокремлена антиточка в ізотропному антиферомагнетикі. Розглянемо випадок $\beta_1 = 0$, так що $\Theta(\beta_1) = \Theta(-\beta_1) = 0$. Такий вибір β_1 відповідає антиточці в ізотропному антиферомагнетикі. Виберемо наступні граничні умови: $\theta_L|_{r=R} = \pi/2, \varphi_L|_{r=R} = \varphi \pm \pi + \pi/2$, де R — радіус антиточки (додатний вихровий розподіл вектора антиферомагнетизму в площині xu на границі антиточки). Підставляючи граничні умови у розв’язок (2), отримуємо

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\left(\frac{\theta_L}{2}\right) = \frac{b}{\operatorname{dn}\left(c\sqrt{|C_1|} \left|\ln\left(\frac{r}{l_0}\right) + C_2\right|, k_1\right)}, \\ \varphi_L = \varphi + \frac{\pi}{2} \pm \pi, \end{cases} \quad (3)$$

причому константа C_1 визначається з умови

$$c\sqrt{|C_1|} \left| \ln \left(\frac{R}{l_0} \right) + C_2 \right| = F \left(\arcsin \frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1 \right) + 4K(k_1)N, \quad (4)$$

де N – ціле число; $F(\xi, k)$ – неповний еліптичний інтеграл першого роду:

$$F(\xi, k) = \int_0^\xi \frac{d\rho}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \rho}}.$$

Такий розподіл є аналогічним до отриманого у [16] розподілу вектора намагніченості у кільцевому циліндричному феромагнетикі. Проте для повного розв'язку задачі потрібно знайти також константу C_2 , наклавши ще одну граничну умову. В [16] для цього було використано граничну умову на зовнішній поверхні феромагнетикі. В нашій задачі (антиточка у безмежній антиферомагнітній плівці) через періодичність еліптичних функцій ми не можемо вчинити аналогічним чином, наклавши граничну умову на безмежності. Проте можемо розглядати антиферомагнітну плівку як кільце з великим радіусом R_e (так що $R_e \gg R$, $R_e \gg d$, $R_e \gg l_{ex}$, де l_{ex} – обмінна довжина) і, наклавши умову $\theta_L|_{r=R_e} = \pi/2$, записати

$$c\sqrt{|C_1|} \left| \ln \left(\frac{R_e}{l_0} \right) + C_2 \right| = F \left(\arcsin \frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1 \right) + 4K(k_1)N_e, \quad (5)$$

де N_e – ціле число (умова $\varphi_L|_{r=R} = \varphi \pm \pi + \pi/2$ для кута φ_L на зовнішній границі є надлишковою). Система співвідношень (3), (4), (5) задає шуканий розподіл.

Випадок 1.2. Відокремлена антиточка у легкоплощинному антиферомагнетикі. Нехай $\beta_1 < 0$, так що $\Theta(\beta_1) = 0$, $\Theta(-\beta_1) = 1$ (антиточка у плівці з легкоплощинного антиферомагнетикі). Виберемо граничні умови, аналогічні до попереднього випадку: $\theta_L|_{r=R} = \pi/2$, $\theta_L|_{r=R_e} = \pi/2$, R – радіус антиточки, $R_e \gg R$ – зовнішній радіус кільця плівки. Ми отримаємо аналогічну систему рівнянь для функції θ_L :

$$\left\{ \begin{aligned} \operatorname{tg} \left(\frac{\theta_L}{2} \right) &= \frac{b}{\operatorname{dn} \left(c\sqrt{|C_1|} \left| \ln \left(\frac{r}{l_0} \right) + C_2 \right|, k_1 \right)}, \\ c\sqrt{|C_1|} \left| \ln \left(\frac{R}{l_0} \right) + C_2 \right| &= F \left(\arcsin \frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1 \right) + 4K(k_1)N, \\ c\sqrt{|C_1|} \left| \ln \left(\frac{R_e}{l_0} \right) + C_2 \right| &= F \left(\arcsin \frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1 \right) + 4K(k_1)N_e. \end{aligned} \right. \quad (6)$$

Для функції φ_L через наявність залежності від координати Oz ми не можемо вибрати граничні умови у вигляді двовимірного вихрового розподілу на всій антиточці, проте, можемо задати такий розподіл, наприклад, на деякому її поперечному зрізі. Виберемо нуль осі Oz у площині зрізу, тоді гранична умова для φ_L запишеться таким чином: $\varphi_L = \varphi \pm \pi + \pi/2$, $z=0$. З такої граничної умови отримуємо

$$\varphi_L = \frac{z}{l_0} + \varphi + \frac{\pi}{2} \pm \pi. \quad (7)$$

Співвідношення (6), (7) задають шуканий розподіл вектора антиферомагнетизму в цьому випадку.

Випадок 1.3. Відокремлена антиточка у легковісному антиферомагнетикі. Нехай $\beta_1 > 0$, так що $\Theta(\beta_1) = 1$, $\Theta(-\beta_1) = 0$ (антиточка у плівці з легковісного антиферомагнетикі). Оскільки функція φ_L у цьому випадку не залежить від z , можемо вибрати граничні умови для φ_L аналогічно до першого випадку: $\varphi_L|_{r=R} = \varphi \pm \pi + \pi/2$. Звідси отримаємо аналогічний розподіл для φ_L :

$$\varphi_L = \varphi + \frac{\pi}{2} \pm \pi. \quad (8)$$

Зважаючи на те, що функція θ_L в цьому випадку залежить від z , ми не можемо задати плоский розподіл ($\theta_L = \pi/2$) на всій антиточці, але можемо його задати, наприклад, на поперечному зрізі, який аналогічно до попереднього випадку виберемо за нуль осі Oz :

$\theta_L|_{r=R, z=0} = \pi / 2$. При накладанні такої граничної умови отримаємо рівняння для знаходження C_1 та l , аналогічні до (4), (5):

$$c\sqrt{|C_1|} \ln\left(\frac{R}{l}\right) = F\left(\arcsin\frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1\right) + 4K(k_1)N, \tag{9}$$

$$c\sqrt{|C_1|} \ln\left(\frac{R_e}{l}\right) = F\left(\arcsin\frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1\right) + 4K(k_1)N_e,$$

а функція θ_L запишеться у вигляді

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\theta_L}{2}\right) = \frac{b}{\operatorname{dn}\left(c\sqrt{|C_1|} \ln\left(\frac{z}{l_0} + \ln\left(\frac{r}{l}\right)\right), k_1\right)}. \tag{10}$$

Співвідношення (8), (9) і (10) визначають шуканий розподіл вектора антиферомагнетизму у цьому випадку.

Випадок 2. Система антиточок. Виберемо функції P та Q таким чином:

$$\begin{cases} P = \frac{z}{l_0} \Theta(\beta_1) + \sum_i n_i \ln\left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{0i}|}{l_0}\right) + C_2, \\ Q = \frac{z}{l_0} \Theta(-\beta_1) + \sum_i \alpha_i n_i + C_3. \end{cases} \tag{11}$$

Такий розподіл відповідає, наприклад, системі антиточок з центрами $\{\mathbf{r}_{0i}\}$.

Випадок 2.1. Система антиточок в ізотропному антиферомагнетизму. Розглянемо випадок $\beta_1 = 0$, так що $\Theta(\beta_1) = \Theta(-\beta_1) = 0$. Такий вибір β_1 відповідає системі антиточок у плівці з ізотропного антиферомагнетизму. Запишемо граничні умови для функцій θ_L , φ_L , вважаючи, що вектор антиферомагнетизму на границі деякої точки (з номером i_0) має форму додатного плоского вихору (площина xu), що не залежить від z . Ми отримуємо

$$\begin{cases} \theta_L(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{0i_0}| = R_{i_0}) = \frac{\pi}{2}, \\ \varphi_L(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{0i_0}| = R_{i_0}) = \alpha_{i_0} + \frac{\pi}{2} \pm \pi. \end{cases}$$

Через наявність двох констант – C_1 та C_2 – у функції θ_L ми маємо накласти ще одну граничну умову на θ_L . Наприклад, умову плоского розподілу вектора антиферомагнетизму на іншій антиточці i_1 :

$$\theta_L(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{0i_1}| = R_{i_1}) = \frac{\pi}{2}.$$

Підставляючи ці граничні умови в (11) та у розв'язок (2), отримуємо

$$\begin{cases} c\sqrt{|C_1|} \left(n_{i_0} \ln\left(\frac{R_{i_0}}{l_0}\right) + \sum_{i \neq i_0} n_i \ln\left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{0i}|}{l_0}\right) + C_2 \right) = \\ = F\left(\arcsin\frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1\right) + 4K(k_1)N_{i_0}, \\ |\mathbf{r} - \mathbf{r}_{0i_0}| = R_{i_0}, \\ c\sqrt{|C_1|} \left(n_{i_1} \ln\left(\frac{R_{i_1}}{l_0}\right) + \sum_{i \neq i_1} n_i \ln\left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{0i}|}{l_0}\right) + C_2 \right) = \\ = F\left(\arcsin\frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1\right) + 4K(k_1)N_{i_1}, \\ |\mathbf{r} - \mathbf{r}_{0i_1}| = R_{i_1}. \end{cases} \tag{12}$$

Через наявність у (12) змінних величин $\sum_{i \neq i_0} n_i \ln(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{0i}| / l_0)$, $\sum_{i \neq i_1} n_i \ln(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{0i}| / l_0)$ задача з розподілом вигляду (11) не може бути розв'язана у загальному випадку. Проте, якщо антиточки є віддаленими одна від іншої та від границі (так що $|\mathbf{r}_{0i} - \mathbf{r}_{0i_0}| \gg R_{i_0}$ для кожного $i \neq i_0$, $|\mathbf{r}_{0i} - \mathbf{r}_{0i_1}| \gg R_{i_1}$ для кожного $i \neq i_1$), ці величини стають наближено постійними і ми можемо переписати (12) у вигляді

$$\begin{cases} c\sqrt{|C_1|} \left(n_{i_0} \ln\left(\frac{R_{i_0}}{l_0}\right) + \sum_{i \neq i_0} n_i \ln\left(\frac{|\mathbf{r}_{0i} - \mathbf{r}_{0i_0}|}{l_0}\right) + C_2 \right) = \\ = F\left(\arcsin\frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1\right) + 4K(k_1)N_{i_0}, \\ |\mathbf{r} - \mathbf{r}_{0i_0}| = R_{i_0}, \\ c\sqrt{|C_1|} \left(n_{i_1} \ln\left(\frac{R_{i_1}}{l_0}\right) + \sum_{i \neq i_0} n_i \ln\left(\frac{|\mathbf{r}_{0i} - \mathbf{r}_{0i_0}|}{l_0}\right) + C_2 \right) = \\ = F\left(\arcsin\frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1\right) + 4K(k_1)N_{i_1}, \\ |\mathbf{r} - \mathbf{r}_{0i_1}| = R_{i_1}. \end{cases} \tag{13}$$

Гранична умова для φ_L запишеться так:

$$\sum_i \alpha_i n_i + C_3 = \alpha_{i_0} + \frac{\pi}{2} \pm \pi, \quad |\mathbf{r} - \mathbf{r}_{0i_0}| = R_{i_0},$$

звідси $C_3 = \sum_{i \neq i_0} \alpha_i(\mathbf{r}_{i_0}) n_i \pm \pi + \pi / 2$, $n_{i_0} = 1$, за аналогічної умови віддаленості антиточок, яка для

кута φ_L записується у вигляді числового критерію $\sum_{i \neq i_0} \Delta\alpha(i, i_0) \ll \pi/2$ (тут $\Delta\alpha(i, i_0)$ – максимальна різниця між кутами α_i осі антиточки i_0 та довільної точки поверхні антиточки i_0). Отже, шуканий розподіл запишеться наступним чином:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\theta_L}{2}\right) = \frac{b}{\operatorname{dn}\left(c\sqrt{|C_1|}\left(\sum_i n_i \ln\left(\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{0i}|}{l_0}\right) + C_2\right), k_1\right)},$$

$$\varphi_L = \alpha_{i_0} + \sum_{i \neq i_0} \alpha_i(\mathbf{r}_{i_0})n_i + \frac{\pi}{2} \pm \pi,$$

причому $n_{i_0} = 1$, а для визначення констант C_1, C_2 використовуються умови (13).

Випадок 2.2. Система антиточок у легкоплощинному антиферомагнетизму. Нехай $\beta_1 < 0$, так що $\Theta(\beta_1) = 0, \Theta(-\beta_1) = 1$ (система антиточок у антиферомагнітній плівці з анізотропією типу “легка площа”).

Накладемо граничні умови на θ_L , аналогічні до попереднього випадку: $\theta_L(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{0i_0}| = R_{i_0}) = \pi/2, \theta_L(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{0i_1}| = R_{i_1}) = \pi/2$. Граничні умови для φ_L запишемо, вважаючи, що розподіл вектора \mathbf{L} має конфігурацію додатного плоского вихору на антиточці i_0 (у цьому випадку – тільки на деякому поперечному зрізі антиточки i_0 через наявність залежності φ_L від z ; аналогічно до випадку 1.2 ми вибираємо нуль осі Oz в цій площині): $\varphi_L(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{0i_0}| = R_{i_0}, z = 0) = \alpha_{i_0} \pm \pi + \pi/2$. Підставляючи такі граничні умови у (16) і (2), отримуємо розподіл вектора антиферомагнетизму, аналогічний до попереднього випадку (з тією різницею, що у функції φ_L присутня залежність від z):

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\theta_L}{2}\right) = \frac{b}{\operatorname{dn}\left(c\sqrt{|C_1|}\left(\sum_i n_i \ln\left(\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{0i}|}{l_0}\right) + C_2\right), k_1\right)},$$

$$c\sqrt{|C_1|}\left(\ln\left(\frac{R_{i_0}}{l_0}\right) + \sum_{i \neq i_0} n_i \ln\left(\frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{0i}|}{l_0}\right) + C_2\right) =$$

$$= F\left(\arcsin\frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1\right) + 4K(k_1)N_{i_0},$$

$$|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{0i_0}| = R_{i_0},$$

$$\varphi_L = \frac{z}{l_0} + \alpha_{i_0} + \sum_{i \neq i_0} \alpha_i(\mathbf{r}_{i_0})n_i + \frac{\pi}{2} \pm \pi,$$

причому $n_{i_0} = 1$. Четвертим співвідношенням, яке дає змогу задати розподіл повністю, є

$$c\sqrt{|C_1|}\left(n_{i_1} \ln\left(\frac{R_{i_1}}{l_0}\right) + \sum_{i \neq i_0} n_i \ln\left(\frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{0i}|}{l_0}\right) + C_2\right) =$$

$$= F\left(\arcsin\frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1\right) + 4K(k_1)N_{i_1},$$

$$|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{0i_1}| = R_{i_1},$$

яке отримується з граничної умови на антиточці i_1 .

Випадок 2.3. Система антиточок у легковисному антиферомагнетизму. Нехай $\beta_1 > 0$, так що $\Theta(\beta_1) = 1, \Theta(-\beta_1) = 0$ (система антиточок у антиферомагнітній плівці з анізотропією типу “легка вісь”). Для знаходження розподілу вектора антиферомагнетизму накладемо граничні умови, аналогічні до попереднього випадку (вектор \mathbf{L} має конфігурацію плоского вихору на деякому поперечному зрізі антиточки i_0 , в цьому випадку через наявність залежності θ_L від z): $\varphi_L(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{0i_0}| = R_{i_0}) = \alpha_{i_0} \pm \pi + \pi/2$ для φ_L та $\theta_L(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{0i_0}| = R_{i_0}, z = 0) = \pi/2, \theta_L(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{0i_1}| = R_{i_1}, z = 0) = \pi/2$ для θ_L . Ми отримуємо наступний розподіл вектора антиферомагнетизму:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\theta_L - \frac{z}{l_0}}{2}\right) =$$

$$= \frac{b}{\operatorname{dn}\left(c\sqrt{|C_1|}\left(\sum_i n_i \ln\left(\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{0i}|}{l_0}\right) + C_2\right), k_1\right)},$$

$$c\sqrt{|C_1|}\left(\ln\left(\frac{R_{i_0}}{l_0}\right) + \sum_{i \neq i_0} n_i \ln\left(\frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{0i}|}{l_0}\right) + C_2\right) =$$

$$= F\left(\arcsin\frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1\right) + 4K(k_1)N_{i_0},$$

$$|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{0i_0}| = R_{i_0},$$

$$\varphi_L = \alpha_{i_0} + \sum_{i \neq i_0} \alpha_i(\mathbf{r}_{i_0})n_i + \frac{\pi}{2} \pm \pi,$$

причому $n_{i_0} = 1$, а четверта умова, яка дає можливість визначити константи C_1 та C_2 , має такий вигляд:

$$c\sqrt{C_1} \left| \left(n_{i_1} \ln \left(\frac{R_{i_1}}{l_0} \right) + \sum_{i \neq i_0} n_i \ln \left(\frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{0i}|}{l_0} \right) + C_2 \right) \right| = F \left(\arcsin \frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1 \right) + 4K(k_1)N_{i_1},$$

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{0i_1}| = R_{i_1}.$$

Ці співвідношення і визначають шуканий розподіл.

Висновки

Таким чином, у роботі записано розв'язок рівняння Ландау–Ліфшиця для системи антиточок у плівці з одновісного або анізотропного антиферомагнетизму. Користуючись цим розв'язком, визначено конфігурацію вектора антиферомагнетизму для наступних систем антиточок:

- відокремлена антиточка в ізотропному, легкоплощинному та легковісному антиферомагнетизму;

- система віддалених антиточок в ізотропному, легкоплощинному та легковісному антиферомагнетизму.

Показано, що для системи антиточок плоский розподіл вектора антиферомагнетизму на принаймні одному поперечному перерізі однієї з антиточок можливий лише за віддаленості антиточок, так що відстань між ними набагато перевищує їхні розміри.

Користуючись наведеною у статті схемою, можна обрахувати розподіл вектора антиферомагнетизму також для інших конфігурацій антиточок у антиферомагнетичній плівці з антиферомагнетизму різних типів. Тобто можливі аналогічні обчислення для систем антиточок (зокрема періодичних) або для ізольованої антиточки з іншими граничними умовами, для пар антиточок тощо. Наведений розподіл вектора антиферомагнетизму можна використовувати також для більш складних конфігурацій антиточок.

Список літератури

1. Казаков В.Г. Тонкие магнитные пленки // Соросовский образов. журн. – 1997. – № 1. – С. 107–114.
2. P. Chu et al., “Exchange/dipole collective spin-wave modes of ferromagnetic nanosphere arrays,” *Phys. Rev. B*, vol. 73, Mar. 2006.
3. J.C. Slonczewski, “Current-driven excitation of magnetic multilayers,” *J. of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 159, pp. L1–L7, Jun. 1996.
4. K.Yu. Guslienko et al., “Magnetic Vortex Core Dynamics in Cylindrical Ferromagnetic Dots,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 96, Feb. 2006.
5. M.J. Van Bael et al., “Flux pinning by regular arrays of ferromagnetic dots,” *Physica C: Superconductivity*, vol. 332, pp. 12–19, May 2000.
6. J. Sort et al., “Exchange bias effects in submicron antiferromagnetic-ferromagnetic dots prepared by nanosphere lithography,” *J. Appl. Phys.*, vol. 95, pp. 7516–7518, 2004.
7. V. Baltz et al., “Size effects on exchange bias in sub-100 nm ferromagnetic–antiferromagnetic dots deposited on prepatterned substrates,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 84, pp. 4923–4925, 2004.
8. S. Neusser et al., “Anisotropic Propagation and Damping of Spin Waves in a Nanopatterned Antidot Lattice,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 105, 2010.
9. Y. Otani et al., “Magnetization reversal in submicron ferromagnetic dots and antidots arrays,” *IEEE Transactions on Magnetics* 34, is. 4, pp. 1090–1092, 1998.
10. W.J. Gong et al., “Exchange bias and its thermal stability in ferromagnetic/antiferromagnetic antidot arrays,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 101, 2012.
11. R.P. Cowburn et al., “Magnetic domain formation in lithographically defined antidot Permalloy arrays,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 70, Apr. 1997.
12. S. Neusser and D. Grundler, “Magnonics: Spin Waves on the Nanoscale,” *Adv. Mater.*, vol. 21, pp. 2927–2932, 2009.
13. G. Ciastis et al., “Optical and Magnetic Properties of Hexagonal Arrays of Subwavelength Holes in Optically Thin Cobalt Films,” *Nano Lett.*, vol. 9, pp. 1–6, 2009.
14. M. Kostylev et al., “Propagating volume and localized spin wave modes on a lattice of circular magnetic antidotes,” *J. Appl. Phys.*, vol. 103, 07C507, 2008.
15. *Нелинейные волны намагнитченности. Динамические и топологические солитоны* / А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев.– К.: Наук. думка, 1983. – 192 с.
16. O.Yu. Gorobets, “Degeneration of magnetic states of the order parameter relative to the boundary conditions and discrete energy spectrum in ferromagnetic and antiferromagnetic nanotubes,” *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 36, pp. 671–676, May 2008.

Рекомендована Радою
фізико-математичного факультету
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
4 лютого 2014 року